

ОБОЗРЫ АКТУАЛЬНЫХ ПРОБЛЕМ

Электронное охлаждение — 35 лет развития

В.В. Пархомчук, А.Н. Скринский

Метод электронного охлаждения, предназначенный для формирования ионных пучков с исключительно высокой плотностью, был предложен и впервые реализован в Институте ядерной физики СО РАН. Обзор посвящен истории зарождения и 35-летнего развития метода электронного охлаждения ионных пучков от первоначальной идеи в середине 60-х годов до сегодняшних многочисленных применений во многих мировых ускорительных центрах. Идея метода зародилась в 1965 г., а первые публичные обсуждения состоялись во время доклада Г.И. Будкера на Симпозиуме по электрон-позитронным кольцам в Сакле в сентябре 1966 г.

PACS numbers: 29.20.Dh, 29.27.Bd

Содержание

1. Возникновение идеи и первые реализации метода (473).
 - 1.1. Зарождение идеи. 1.2. Первая установка для электронного охлаждения НАП-М. 1.3. Обнаружение быстрого электронного охлаждения.
 2. Основы теории электронного охлаждения (475).
 - 2.1. Сила трения без магнитного поля. 2.2. Сила трения в сильном магнитном поле. 2.3. Установившиеся параметры ионного пучка после охлаждения.
 3. $\alpha\alpha\alpha\text{AA}\alpha\alpha\text{ou}\text{ouA}\alpha\alpha\alpha\alpha\text{e}\text{uAAe}\text{Oeo}$ (479).
 - 3.1. Динамика продольного движения в холодном ионном пучке.
 - 3.2. Проблемы получения "кристаллических пучков".
 4. Эффекты взаимодействия пучков при электронном охлаждении (483).
 - 4.1. Эксперименты с охлаждением интенсивного ионного пучка.
 - 4.2. Особенности охлаждения когерентных флуктуаций.
 - 4.3. Матричный анализ когерентной устойчивости системы электронного охлаждения.
 5. Примеры использования электронного охлаждения (488).
 - 5.1. Накопление ионных пучков. 5.2. Эксперименты с охлажденными ионными пучками. 5.3. Сверхтонкая внутренняя мишень. 5.4. Новые проекты с использованием электронного охлаждения. 5.5. Ионные коллайдеры с непрерывным электронным охлаждением.
 6. Заключение (492).
- Список литературы (492).

В.В. Пархомчук. Институт ядерной физики СО РАН
630090 Новосибирск, просп. ак. Лаврентьева 11,
Российская Федерация
Тел. (3832) 39-44-61. Факс (3832) 34-21-63
E-mail: parkhomchuk@inp.nsk.su

А.Н. Скринский. Отделение ядерной физики РАН
117993 Москва, Ленинский просп. 32а, Российская Федерация
Тел. (095) 938-07-53. Факс (095) 938-54-24
E-mail: skrinsky@inp.nsk.su

Статья поступила 13 февраля 2000 г.

1. Возникновение идеи и первые реализации метода

1.1. Зарождение идеи

В 50-е годы исследование структуры элементарных частиц путем столкновения ускоренных частиц с ядрами мишени встретило трудности получения высоких энергий в таких взаимодействиях. При столкновениях полезная энергия взаимодействия составляла ничтожную долю первичной энергии частиц и в основном тратилась на совместное движение продуктов реакции. Естественным выходом стал переход на эксперименты со встречными пучками, когда сталкиваются два пучка частиц, движущихся навстречу друг другу. В этом случае вся энергия начального движения может перейти в энергию рождающихся новых частиц с большими массами. Однако такая постановка экспериментов требовала существенного улучшения качества пучков в ускорителе.

Число реакций с сечением σ в единицу времени dN/dt зависит от светимости установки, определяемой соотношением

$$L = \frac{dN}{dt} \frac{1}{\sigma} = f_b \frac{N^2}{S} \sim I \frac{N}{S}, \quad (1)$$

где N — число частиц в сгустке, f_b — частота столкновений сгустков, S — эффективное сечение сгустков частиц, $I = Nf_b e$ — ток пучка. Видно, что для увеличения светимости нужно увеличивать как ток во встречных пучках, так и плотность частиц в сгустках.

Полная, так называемая шестимерная фазовая плотность пучка, получаемая из источника, не может быть увеличена внешними полями, не зависящими от движения частиц (теорема Лиувилля! [1]). Наличие диссипативных сил, вызывающих потери энергии частиц, дает возможность сжатия фазового объема, занимаемого пучком. Проекция фазового портрета пучка на конкретную плоскость "координата — скорость" определяет

эммитанс пучка по этой координате. Прямое рождение частиц в новом месте фазового пространства путем изменения зарядового состояния при прохождении мишени в результате перезарядной инъекции или за счет распада тоже является примером нарушения теоремы Лиувилля.

Для электронов и позитронов сравнительно легко организовать условия, при которых потери энергии на синхротронное излучение достаточны для накопления больших токов в сгустках с малыми эммитансами. Это обстоятельство и обеспечило успешную реализацию встречных электрон-позитронных пучков. Синхротронное излучение для протонов начинает проявляться только при энергиях во много ТэВ, т.е. при энергиях, которые в середине 60-х годов казались необузданной фантазией.

Наиболее естественным кандидатом на роль диссипативных сил казались ионизационные потери при движении частиц в веществе. Однако ядерное взаимодействие с веществом не позволяет использовать его для сильновзаимодействующих частиц, и только для огромных мюонных коллайдеров будущего ионизационное охлаждение становится интересным и даже критически важным [12].

Возрастание кулоновского взаимодействия между частицами при малых относительных скоростях натолкнуло Г.И. Будкера [2] на идею охлаждать пучок протонов электронным пучком, движущимся с той же средней скоростью, что и протоны. При охлаждении таким пучком выравниваются температуры, определяемые скоростями электронов V_e и протонов V (в сопутствующей системе координат): $mV_e^2/2 = MV^2/2$. В результате угловой разброс в протонном пучке θ становится существенно меньше, чем угловой разброс в электронном пучке θ_e :

$$\theta = \sqrt{\frac{m}{M}} \theta_e. \quad (2)$$

Первые теоретические исследования условий охлаждения [3] показали, что для успешной реализации охлаждения пучков получение малого значения температуры электронов является ключевой проблемой.

Несмотря на то что идея электронного охлаждения пучков тяжелых частиц была опубликована и докладывалась на нескольких ускорительных конференциях, до первых успешных экспериментов в Институте ядерной физики СО РАН никто не решался ее реализовать.

1.2. Первая установка для электронного охлаждения НАП-М

В условиях интенсивного электронного пучка и, значит, сильного пространственного заряда задача фокусировки и сведения пучков определяла успех или неудачу электронного охлаждения.

Уже в первом предложении [2] фигурировал ток электронного пучка 1 А при энергии 500 кэВ, что соответствует мощности пучка 0,5 МВт. Ясно было, что однократно прошедший участок охлаждения пучок электронов должен быть рекуперирован, заторможен до минимально возможного уровня, и энергия электронов должна быть возвращена в источник. В 1967–1970 гг. разрабатывался прототип электронного охладителя [4, 5] с продольным магнитным полем для компенсации дефокусировки пространственным зарядом электронного пучка.

Эксперименты по рекуперации электронного пучка позволили приступить в 1972 г. к созданию накопительного кольца НАП-М с электронным охлаждением. Название установки НАП-М (Накопитель АнтиПротонов — Модель) отражало направленность этой установки на накопление антипротонных пучков. Накопительное кольцо создавалось с периметром 47,2 м; в одном из длинных промежутков устанавливался электронный охладитель с эффективной длиной электронного пучка около 1 м.

В 1974 г. удалось продемонстрировать охлаждение протонного пучка на энергии 65 МэВ за время несколько секунд [6]. Это было близко к ожидаемым временам охлаждения в соответствии с существовавшими тогда оценками, основанными на плазменных приближениях. Успешные в целом эксперименты выявили некоторые проблемы установки: плохо себя показали распределенные вакуумные насосы на участке охлаждения, возникли вопросы стабильности ускоряющих напряжений и диагностики пучков.

Экспериментальная демонстрация электронного охлаждения на установке НАП-М пробудила интерес к этой установке, и несколько делегаций из ускорительных центров CERN (Швейцария), FNAL (США), GSI (Германия) посетили Институт ядерной физики СО РАН, для того чтобы убедиться в реальности электронного охлаждения. После этого во многих лабораториях мира были созданы аналогичные установки для развития и практического использования метода электронного охлаждения.

1.3. Обнаружение быстрого электронного охлаждения

После реконструкции некоторых элементов накопительного кольца НАП-М и электронной установки ЭПОХА (Электронный Пучок для ОХлаждения Антипротонов) условия для точных измерений существенно улучшились. Измерения зависимости продольной силы трения от разности скоростей между электронным и протонным пучками выявили, что сила трения растет при уменьшении относительной скорости пучков вплоть до самых малых значений и затем меняет знак при изменении знака относительной скорости, как показано на рис. 1.

В первых теоретических оценках ожидалось, что в сопутствующей системе координат распределение электронов по скоростям будет примерно сферически-симметричным и соответствовать температуре катода 0,2 эВ, что близко к тепловой скорости электронов $V_e = \sqrt{kT/m} \approx 2 \times 10^7$ см/с. При полной скорости движения частиц пучка в накопителе $V_0 = 10^{10}$ см/с можно было предполагать, что, начиная с относительной скорости $\Delta V = V - V_0 = 2 \times 10^7$ см/с, сила трения должна уменьшаться при приближении скорости протона к равновесной скорости V_0 , но, как видно из рис. 1, при существенно меньших относительных скоростях ($\Delta V = 10^6$ см/с $\ll V_e$) сила трения увеличивается.

Полученный результат указывал на то, что после ускорения в электронной пушке разброс продольных скоростей в электронном пучке был значительно ниже разброса поперечных скоростей. Иными словами, распределение электронов по скоростям было сильно сплюснуто в продольном направлении [7]. В принципе, это есть простое следствие теоремы Лиувилля: растягиваясь при ускорении в продольном направлении, пучок уменьшает разброс импульсов. Разброс энергии электро-

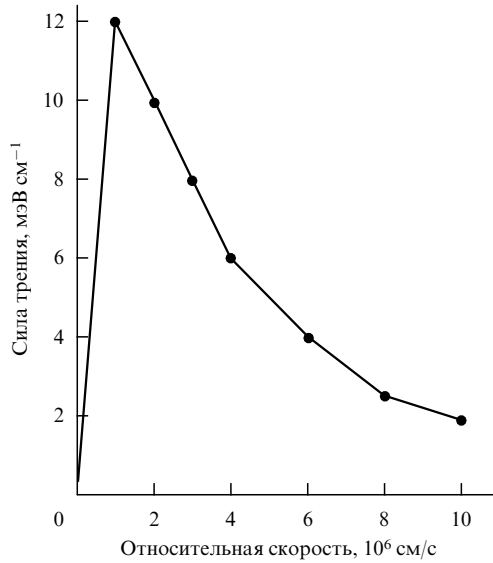


Рис. 1. Данные измерений продольной силы трения на НАП-М в зависимости от относительной скорости электронов и протонов. Энергия протонного пучка $E = 65$ МэВ, ток электронов $I_e = 0,3$ А, плотность электронного пучка $n_e = 2,3 \times 10^8$ см $^{-3}$.

нов на катоде составляет kT , но после потенциального ускорения, сохраняющего сумму потенциальной и кинетической энергий в лабораторной системе координат ($\Delta E = p_0 \Delta V = kT$), энергия продольного движения электронов в сопутствующей системе координат становится совершенно ничтожной:

$$kT_{\parallel} = kT \frac{kT}{\gamma^2 \beta^2 m c^2}, \quad (3)$$

где $\beta = V_0/c$, $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$. Для условий НАП-М значения $kT = 0,2$ эВ, $\gamma^2 \beta^2 m c^2 = 10^5$ эВ (энергия электронов 50 кэВ), что приводит к уменьшению продольной температуры в 2×10^6 раз. В этих условиях продольная температура определяется уже не начальным разбросом электронов, а взаимным расталкиванием электронов на участке охлаждения.

Удивительным оказалось то, что малый продольный разброс электронов сохраняется на участке охлаждения и драматически меняет кинетику электронного охлаждения, сильно увеличивая скорость охлаждения. Почти сразу было осознано, что, "замагничивая" поперечное движение электронов, магнитное поле делает эффективную температуру электронного пучка на много порядков меньше температуры катода [7–9]. Открытое таким образом явление быстрого электронного охлаждения кардинально изменило возможности метода, позволив получать ионные пучки с энергией сотни МэВ/нуклон и температурным разбросом, определяемым долями кельвина в сопутствующей системе координат [12].

2. Основы теории электронного охлаждения

2.1. Сила трения без магнитного поля

Движущаяся в электронном газе тяжелая частица своим полем вызывает возмущения электронов, передавая им часть энергии движения. Пролетая мимо электрона на

прицельном расстоянии ρ со скоростью V , частица с зарядом Ze передает электрону импульс

$$\Delta p_{\perp} = \frac{2Ze^2}{\rho V}. \quad (4)$$

В процессе взаимодействия на малых расстояниях переданный импульс увеличивается для близких столкновений, и в области минимальных прицельных параметров

$$\rho_{\min} = \frac{Zr_e}{(V/c)^2}, \quad (5)$$

где r_e — классический радиус электрона, он достигает своего максимально возможного значения $2mV$. При меньших значениях прицельного параметра уже невозможно ограничиться борновским приближением, предполагая электрон покоящимся в процессе столкновения.

В области больших прицельных параметров ограничения возникают из-за учета взаимного влияния электронов в интенсивном электронном пучке. Если время пролета частицы мимо электрона $\tau_i = \rho/V$ приближается ко времени установления дебаевской экранировки за счет плазменных колебаний с частотой $\omega_e = c\sqrt{4\pi n_e r_e}$, эффективность взаимодействия падает для

$$\rho > \rho_{\max} = \frac{V}{\omega_e}. \quad (6)$$

В области промежуточных значений прицельного параметра ρ легко вычислить средние потери энергии движущейся частицы в электронном газе:

$$\frac{dE}{dt} = - \int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} \frac{\Delta p_{\perp}^2}{2m} n_e V \cdot 2\pi\rho d\rho = \frac{4\pi Z^2 e^4 n_e L_c}{mV}, \quad (7)$$

где кулоновский логарифм

$$L_c = \ln \frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}}, \quad (8)$$

и силу трения ($\mathbf{F} \cdot \mathbf{V} = dE/dt$):

$$\mathbf{F} = - \frac{4\pi Z^2 e^4 n_e L_c}{mV^3} \mathbf{V}. \quad (9)$$

При необходимости учета собственного теплового движения электронов в пучке сила трения усредняется по распределению скоростей $f_e(\mathbf{V}_e)$. Наиболее просто такие интегралы можно вычислять, используя кулоновскую аналогию силы в пространстве скоростей (пренебрегая изменением кулоновского логарифма L_c).

Пусть распределение электронов по скоростям имеет форму плоского диска с поперечным радиусом $V_{e\perp}$ и продольной шириной $\pm V_{e\parallel}$, причем $V_{e\parallel} \ll V_{e\perp}$. В этом случае продольная сила трения имеет вид

$$F_{\parallel} = - \frac{8\pi Z^2 e^4 n_e L_c}{mV_{e\perp}^2} \begin{cases} \frac{V_{\parallel}}{V_{e\parallel}}, & |V_{\parallel}| < V_{e\parallel}, \\ \frac{V_{\parallel}}{|V_{\parallel}|} - \frac{V_{\parallel}}{\sqrt{V_{\parallel}^2 + V_{e\perp}^2}}, & |V_{\parallel}| > V_{e\parallel}. \end{cases} \quad (10)$$

При скоростях внутри электронного распределения $V_{\parallel} < V_{e\parallel}$ продольная сила трения быстро нарастает, в

области $V_{e\parallel} < V_{\parallel} < V_{e\perp}$ слабо падает и при $V_{\parallel} > V_{e\perp}$ быстро уменьшается (пропорционально V^{-2}), как показано на рис. 2. Видно, что при высокой температуре электронного пучка сила трения быстро падает (пропорционально $V_{e\perp}^{-3}$), и получение высоких декрементов ограничивается быстрым движением электронов (со скоростью $V_{e\perp} \gg V$).

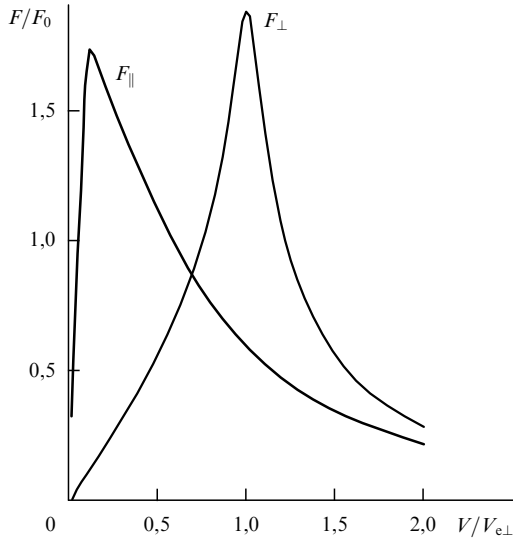


Рис. 2. Изменение продольной и поперечной компонент силы трения для сплюсненного электронного распределения по скоростям при $V_{e\parallel} = 0,1V_{e\perp}$. Сила трения — в единицах $F_0 = 8\pi Z^2 e^4 n_e L_c / mV_{e\perp}^2$, скорость — в единицах $V_{e\perp}$.

2.2. Сила трения в сильном магнитном поле

Продольное магнитное поле B , сопровождающее электронный пучок на участке охлаждения, существенно меняет силу трения. Причина такого явления заключается в том, что из-за теплового движения радиуса ларморовского вращения электрона $\rho_L = mV_{e\perp}c/eB$ может быть существенно меньше максимального прицельного параметра: $\rho_L \ll \rho_{\max}$. Поперечное тепловое движение электронов в "замагниченной" зоне прицельных параметров не оказывает влияния на кинетику взаимодействия протонов и электронов, вклад в силу трения электронов из этой области прицельных параметров сильно возрастает и становится преобладающим.

На рисунке 3 показано изменение импульса протона при пролете на расстоянии ρ от электрона для магнитных полей B , равных 0, 100, 1000 Гс. Умножение изменения импульса протона на ρ^2 позволяет более правильно сравнивать вклады различных прицельных параметров в полную силу трения с учетом изменения числа электронов в элементе объема $n_e V \tau \cdot 2\pi\rho d\rho$:

$$F = \int_{-\infty}^{\infty} (\Delta p \cdot \rho^2) n_e V \cdot 2\pi \frac{d\rho}{\rho} . \tag{11}$$

Постоянная величина произведения $\Delta p \cdot \rho^2$ в интервале прицельных параметров (ρ_1, ρ_2) означает, что вклад этой области прицельных параметров в силу трения составляет $\Delta p \cdot \rho^2 \cdot 2\pi n_e V \ln(\rho_2/\rho_1)$.

Из рисунка 3 видно, что при столкновениях с покоящимися электронами (без собственного теплового движения) магнитное поле в два раза подавляет передачу энергии на прицельных параметрах, больших, чем V/ω_L

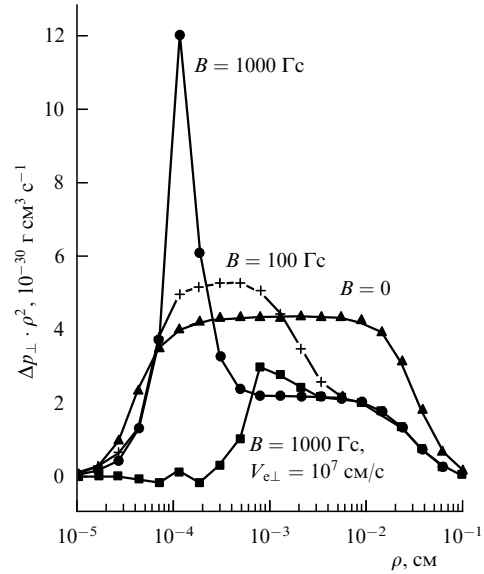


Рис. 3. Вклад в силу трения столкновений с электронами в зависимости от прицельного параметра при движении поперек магнитного поля. Показаны передачи импульса для электронного пучка с нулевой температурой при различных магнитных полях и влияние поперечной скорости электронов при $B = 1000$ Гс. Скорость протона $V = 3 \times 10^6$ см/с, время взаимодействия с электронным пучком $\tau = 4 \times 10^{-8}$ с.

(где $\omega_L = eB/mc$ — частота вращения электрона в магнитном поле B). Это связано с тем, что электроны могут свободно двигаться только вдоль магнитного поля и усреднение передачи энергии по электронам, находящимся на одном и том же расстоянии ρ от траектории, но имеющих разные азимутальные углы, подавляет передачу энергии протона электрону пропорционально $\langle \cos^2 \varphi \rangle$, где φ — угол между направлениями импульса, полученного от протона, и магнитного поля. Для продольной силы трения, когда протон движется вдоль магнитного поля, т.е. угол $\varphi = \pi/2$, такое подавление весьма существенно, что видно на рис. 4. При на-

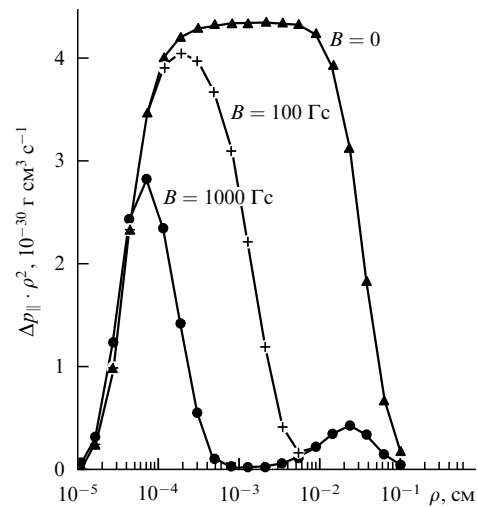


Рис. 4. Вклад в силу трения столкновений с электронами в зависимости от прицельного параметра при движении вдоль магнитного поля. Скорость протона $V = 3 \times 10^6$ см/с, время взаимодействия $\tau = 4 \times 10^{-8}$ с.

растании магнитного поля B область прицельных параметров, в которой имеются заметные передачи импульса, быстро уменьшается.

Таким образом, для электронного пучка с нулевой температурой магнитное поле только уменьшает силу трения, затрудняя движение электронов. В случае, если электроны имеют заметную скорость из-за поперечной температуры ($V_{e\perp} \gg V$), передача энергии в области малых прицельных параметров ($\rho \ll V_{e\perp}/\omega_L$), где магнитное поле несущественно, становится малой. Вклад в силу трения из области больших прицельных параметров сохраняется таким же, как и для электронного пучка с нулевой температурой (см. кривую на рис. 3, вычисленную для поперечной скорости электронов $V_{e\perp} = 10^7$ см/с, что соответствует $\rho_L = 5,6 \times 10^{-4}$ см). Магнитное поле сохраняет большие передачи энергии в области прицельных параметров от 5×10^{-4} до 3×10^{-2} см. В результате, сила трения для малых скоростей протонов при наличии магнитного поля оказывается во много раз выше, чем без магнитного поля, и слабо зависит от скорости поперечного движения электронов.

Для идеально "замагиченного" электронного пучка (т.е. без поперечного к магнитному полю движения) сила трения, вычисленная в работе [9], имеет вид

$$F_{\parallel} = -\frac{2\pi Z^2 e^4 n_e \ln(\rho_{\max}/\rho_{\min})}{m} \frac{3V_{\perp}^2}{|V|^5} V_{\parallel}, \quad (12)$$

$$F_{\perp} = -\frac{2\pi Z^2 e^4 n_e \ln(\rho_{\max}/\rho_{\min})}{m} \frac{V_{\perp}^2 - 2V_{\parallel}^2}{|V|^5} V_{\perp}, \quad (13)$$

где V_{\parallel} и V_{\perp} — компоненты скорости протона вдоль и поперек направления магнитного поля. Видно, что при движении частицы вдоль магнитного поля ($V_{\perp} = 0$) полученная таким образом сила трения "зануляется".

Сила трения в конечных магнитных полях вычисляется при помощи компьютерной программы, учитывающей поперечное движение электронов. Протон ($Z = 1$) после попадания в электронный пучок движется с постоянной скоростью V в электронном газе в течение времени пролета электронного охладителя τ : $\mathbf{x} = \mathbf{x}_0 + \mathbf{V}t$, где $0 < t < \tau$. Движение электронов рассчитывается с помощью процедуры Рунге–Кутты четвертого порядка с учетом магнитного поля и поля движущегося протона. Изменение импульса протона вычисляется как интеграл по времени τ силы взаимодействия:

$$\Delta p = \int e^2 \left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_{e0}}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_{e0}|^3} - \frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_e(t)}{|\mathbf{x} - \mathbf{x}_e(t)|^3} \right) n_e dv dt, \quad (14)$$

где $n_e dv$ — число электронов в малом элементе объема dv .

Первый член от зафиксированных в начальных положениях \mathbf{x}_{e0} электронов, конечно, после интегрирования по всему объему обращается в нуль, но при численном интегрировании полезен для улучшения точности вычислений при конечном числе точек суммирования интеграла.

В области не слишком больших значений прицельного параметра ρ реальное время взаимодействия протона с электроном $\tau_i = \rho/V$ существенно меньше полного времени пролета электронного охладителя τ в сопутствующей системе координат. Сдвиг электронов за время τ_i составляет $\Delta x_e \approx e^2 \tau_i^2 / m \rho^2 \approx e^2 / m V^2 = \rho_{\min}$, а

вклад таких электронов в изменение импульса протона равен $\Delta p \approx (e^2 \Delta x_e / \rho^3) \tau_i$. Силу трения, создаваемую электронами из этой области, можно записать в виде

$$F = \int_{\rho_{\min}}^{\rho_{\max}} \frac{\Delta p}{\tau_i} n_e \cdot 4\pi \rho^2 d\rho = \frac{4\pi e^4 n_e}{m V^2} \ln \frac{\rho_{\max}}{\rho_{\min}}. \quad (15)$$

Для больших прицельных параметров, когда столкновения не успевают реально завершиться из-за конечности времени нахождения протона на участке охлаждения ($\rho > V\tau = \rho_{\max}$), смещения электронов быстро падают: $\Delta x_e \approx e^2 \tau^2 / m \rho^2 \approx \rho_{\min} (\rho_{\max}/\rho)^2$, что улучшает сходимость процедуры интегрирования и позволяет ограничить интегрирование не слишком большими значениями прицельного параметра ρ ($\rho > \rho_{\max}$).

На рисунках 5, 6 показаны результаты вычисления силы трения без магнитного поля ($B = 0$), для различных магнитных полей (значения B от 1 до 2000 Гс указаны около кривых) и сила трения, вычисленная в соответ-

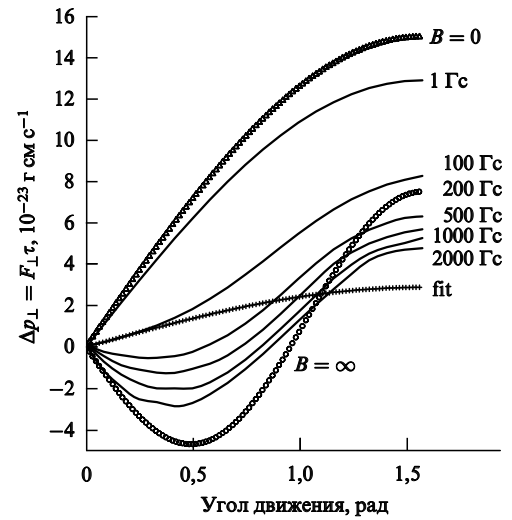


Рис. 5. Компонента силы трения, перпендикулярная магнитному полю, в зависимости от угла движения протона относительно направления магнитного поля. $V = 3 \times 10^6$ см/с, $n_e = 10^7$ см $^{-3}$, $\tau = 3 \times 10^{-8}$ с.

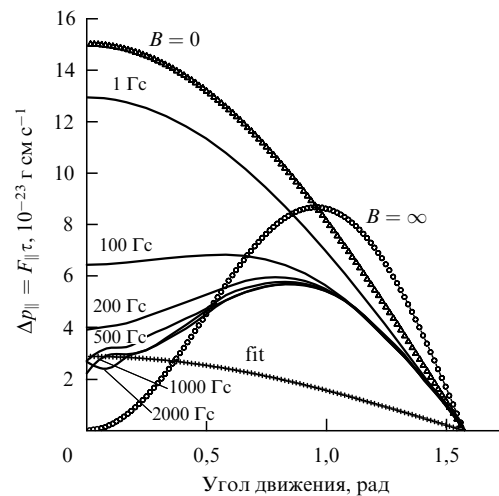


Рис. 6. Компонента силы трения, параллельная магнитному полю, в зависимости от угла движения протона относительно направления магнитного поля. $V = 3 \times 10^6$ см/с, $n_e = 10^7$ см $^{-3}$, $\tau = 3 \times 10^{-8}$ с.

ствии с формулами (12), (13) для идеально "замагниченного" случая ($B = \infty$). Видно, что при возрастании магнитного поля кривые силы трения асимптотически сходятся к некоторой кривой "fit", заметно отличающейся от вычисленной по формулам (12), (13).

Для описания силы трения в реальных экспериментах удобно иметь аналитическое выражение, позволяющее проводить численные расчеты при сравнении с экспериментом. Результатом размышлений на эту тему является сила трения, определяемая формулой

$$F = -\frac{4Z^2 e^4 n_e V}{m(V^2 + V_{\text{eff}}^2)^{3/2}} \ln \frac{\rho_{\text{max}} + \rho_L + \rho_{\text{min}}}{\rho_L + \rho_{\text{min}}}, \quad (16)$$

где V_{eff} — эффективная скорость движения ларморовских кружков, связанная как с продольными скоростями электронов, так и с дрейфовыми поперечными движениями, вызываемыми магнитными и электрическими полями из-за пространственного заряда пучков и погрешностей создания сопутствующего магнитного поля.

Аргумент логарифма позволяет расширить использование выражения для силы трения в явно нелогарифмические области параметров. Так, при малых скоростях движения, когда $\rho_{\text{min}} = e^2/mV^2 \gg \rho_{\text{max}} = V/\omega_e \gg \rho_L$ для электронного газа с нулевой температурой ($V_{\text{eff}} = 0$), сила трения принимает вид

$$F = -\frac{(Ze)^2 n_e^{2/3}}{c(\pi n_e^{1/3} r_e)^{1/2}} V, \quad (17)$$

близкий к результатам измерений на установке МОСОЛ [11]. В этих измерениях было показано, что сила трения линейно нарастает до своего максимума $e^2 n_e^{2/3}$ при увеличении скорости протона до $V \approx c(\pi n_e^{1/3} r_e)^{1/2}$, а затем падает в соответствии с формулой (16).

При $\rho_L > \rho_{\text{max}}$ выражение (16) хорошо описывает результаты, полученные на установке НАП-М, когда наблюдалась частичная "замагниченность" электронного пучка. В этом случае сила трения

$$F \propto \frac{1}{V^2} \ln \frac{\rho_{\text{max}} + \rho_L}{\rho_L} \propto \frac{1}{VV_e},$$

т.е. уменьшается со скоростью движения протона, как V^{-1} , вместо ожидавшейся для нулевой электронной температуры зависимости V^{-2} .

Кривые на рис. 5, 6, обозначенные "fit", показывают силу трения, вычисленную в соответствии с (16) для магнитного поля $B = 2000$ Гс. Видно, что значения силы, полученные компьютерными вычислениями, стремятся к этим кривым. Заметим, что реально значимыми для электронного охлаждения являются потери энергии при движении в электронном потоке $dE/dt = FV$. Поперечная к скорости компонента силы трения, вызывающая отрицательные значения F_{\perp} при малых углах, эквивалентна действию слабого поперечного магнитного поля и не вносит изменений в затухание. На рисунке 7 показаны потери энергии на трение при различных углах движения протона относительно магнитного поля. Видно, что расчеты по формулам (12), (13) дают преувеличенно сильное влияние угла движения протонов, а модель силы трения (16) неплохо согласуется с численными расчетами.

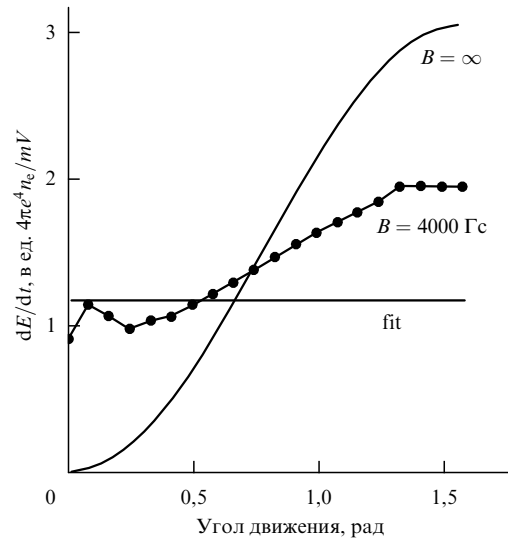


Рис. 7. Потери энергии на трение для идеально "замагниченного" случая ($B = \infty$), модели силы трения (16), обозначенной "fit", и результаты численных расчетов (точки) в зависимости от угла движения протона относительно направления магнитного поля.

2.3. Установившиеся параметры ионного пучка после охлаждения

Охлаждение ионного пучка продолжается до установления равновесия между греющими (поступление энергии) и охлаждающими (отбор энергии) процессами. Основным источником нагрева при малой интенсивности ионного пучка является диффузия, вызванная случайными толчками, получаемыми ионами из-за теплового движения электронов пучка:

$$\frac{dp^2}{dt} = \frac{4\pi Z^2 e^4 n_e L_c}{V_{\text{eff}}}, \quad (18)$$

где V_{eff} — эффективная скорость движения электронов.

Уравнение баланса охлаждения и нагрева для сферически-симметричного случая (без магнитного поля, когда V_{eff} определяется температурой ионов) имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{dp^2}{dt} &= 2\langle \mathbf{p} \cdot \mathbf{F} \rangle_{\text{cool}} + \left(\frac{dp^2}{dt} \right)_{\text{heat}} = \\ &= -AM \frac{4\pi Z^2 e^4 n_e L_c}{mV_{\text{eff}}^3} \langle V^2 \rangle + \frac{4\pi Z^2 e^4 n_e L_c}{V_{\text{eff}}}, \end{aligned} \quad (19)$$

где A — масса иона в единицах атомной массы M . Видно, что уравнение (19) приводит к простому условию выравнивания температур ионного и электронного пучков:

$$\langle V^2 \rangle = \frac{m}{AM} V_{\text{eff}}^2, \quad T = T_e. \quad (20)$$

В сильном магнитном поле эффективное движение ларморовских кружков в идеальном охладителе (линии магнитного поля параллельны орбите ионного пучка) определяется только продольным расталкиванием случайно расположенных после ускорения электронов. Эффективную температуру электронов можно оценить по формуле [11]

$$T_{\text{eff}} = \frac{mV_{\text{eff}}^2}{2} = \frac{AM \langle V^2 \rangle}{2} \approx 2e^2 n_e^{1/3}. \quad (21)$$

При плотности электронного пучка $n_e = 10^8 \text{ см}^{-3}$ эта оценка дает значение $T_{\text{eff}} \approx 1 \text{ К}$, и во многих установках,

начиная с НАП-М [12], реально достигались столь низкие температуры для продольного движения ионов.

Для поперечного движения ионов в накопителе существуют дополнительные греющие факторы (особенно для положительно заряженных ионов) из-за образования на участке охлаждения квазирекombинированных слабо-связанных электрон-ионных пар, которые разрываются на выходе из электронного охладителя. При этом сильное магнитное поле, воздействуя на электрон, приводит к дополнительной диффузии, вызванной случайностью момента захвата электрона ионами на влете в электронный пучок.

Однако наиболее сильный дополнительный нагрев в поперечном направлении происходит из-за действия машинных резонансов. Поле пространственного заряда охлажденного ионного пучка приводит к сдвигу и разбросу частот бетатронных колебаний, и хорошей характеристикой является максимально допустимый сдвиг $\Delta\nu_{\max}$. При этом минимально достигаемый при охлаждении поперечный эмиттанс ограничивается значением

$$\epsilon = \frac{\sigma_{\perp}^2}{\beta_{\perp}} = \frac{NRr_i}{\pi l_b \beta^2 \gamma^3 \Delta\nu_{\max}}, \quad (22)$$

где l_b — длина ионного сгустка, $r_i = (Ze)^2/AM$ — классический радиус иона, β_{\perp} — бета-функция, R — средний радиус накопителя.

Эксперименты показали, что наиболее типичное значение сдвига частоты бетатронных колебаний, получаемое в условиях электронного охлаждения, составляет $\Delta\nu_{\max} \approx 0,1-0,2$. Обычно размер ионного пучка уменьшается до тех пор, пока сдвиг частоты бетатронных колебаний не достигнет указанных значений. При больших ионных токах это позволяет надежно оценивать поперечные размеры ионного пучка в установках, где отсутствуют устройства для измерения профиля ионного пучка.

Внутрипучковое рассеяние ионов является фактором, определяющим продольный разброс импульсов в пучке при не слишком малых ионных токах. Как правило, декремент продольного охлаждения значительно выше поперечного, а следовательно, в сопутствующей системе координат продольный разброс импульсов ионов значительно ниже поперечного.

В результате, взаимное рассеяние ионов ведет к увеличению продольного разброса импульсов со скоростью

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\Delta p_{\parallel}}{p} \right)^2 = \frac{4r_i^2 N c L_c}{\gamma^3 \epsilon^{3/2} \sqrt{\beta_{\perp}}}. \quad (23)$$

При возрастании числа частиц в ионном пучке N продольный разброс импульсов увеличивается достаточно слабо, так как растет поперечный эмиттанс пучка в соответствии с (22). Но такая простая термодинамика в охлажденном пучке наблюдается только для достаточно больших температур, когда можно пренебречь корреляциями в положении соседних частиц.

3. Особенности динамики холодного ионного пучка

3.1. Динамика продольного движения в холодном ионном пучке

Сильно охлажденный ионный пучок — это интересный и довольно перспективный объект в ускорительной науке и в некоторых приложениях. Для интенсивного пучка

может реализоваться ситуация, когда после охлаждения азимутальная скорость теплового движения частиц вдоль пучка, характеризуемая разбросом угловых частот обращения $d\theta/dt = \Delta\omega$ (рад/с), становится существенно ниже угловой скорости распространения когерентных волн Ω вдоль азимута пучка [13], причем

$$\Omega^2 = \frac{Nr_i \eta c^2 L_b}{\gamma^3 \cdot 2\pi R^3}. \quad (24)$$

Здесь $\eta = (d\omega_0/dp)(p/\omega_0)$ — коэффициент зависимости частоты обращения от импульса, $L_b = 1 + 2 \ln(b/a)$ — логарифм, определяющий потенциал пучка (b/a есть отношение радиуса камеры к радиусу пучка). В этом случае модель идеального газа неадекватна реальному поведению пучков: возникают сильные корреляции во взаимном положении ионов.

Обычно в соответствии с так называемым критерием Кайла–Шнелля развиваются неустойчивости, и стабильное существование пучков кажется невозможным при наличии резонансов в продольном импедансе Z/n и токах, не превышающих предела, определяемого выражением

$$I < \frac{|\eta|(E/e)(\beta\Delta p/p)^2}{|Z/n|}. \quad (25)$$

Для хорошо проводящей камеры накопителя продольный импеданс $Z/n = L_b/(c\beta\gamma^2)$, что было использовано при записи (24). В этом случае условие устойчивости (25) можно представить в простом виде: $\Delta\omega^2 > |\Omega^2|$.

Но если рассматривать ионный пучок, движущийся со скоростью, заметно меньшей скорости света, то взаимодействие с высокочастотными элементами вакуумной камеры подавляется, а низкочастотные элементы (типа резонаторов) можно надежно зашунтировать. При работе на энергии ниже критической для устранения эффекта отрицательной массы и самобунчировки ионного пучка удается экспериментально получить стабильное состояние ионного пучка с температурой, которая в сотни раз ниже допустимой формальным критерием устойчивости.

Наиболее ярко внутрипучковое взаимодействие проявляется в сильном изменении дробовых шумов ионного пучка. Если температура ионов достаточно высока, то каждый ион движется вдоль ионного столба независимо от остальных и наводит на измерительных пикап-электродах периодический сигнал в форме короткого всплеска напряжения в момент пролета электрода. Используя периодическую дельта-функцию $\delta(\theta)$, суммарный сигнал, пропорциональный плотности ионов в точке на азимуте пучка θ , можно записать в виде

$$\rho(\theta, t) = \sum_{k=1}^N \delta(\theta - \theta_k(t)) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n(t) \exp(in\theta). \quad (26)$$

Амплитуда n -й гармоники плотности $A_n(t)$ определяется как

$$A_n(t) = \sum_{k=1}^N \exp(-in\theta_k(t)), \quad (27)$$

где $\theta_k(t)$ — азимутальное положение k -го иона. Если ионы пучка движутся свободно и $\theta_k = \theta_{k0} + \omega_k t$, то

спектр сигнала около n -й гармоники частоты обращения отражает распределение частиц по импульсам $f(\Delta p)$, так как $\Delta\omega_k = \omega_0 \eta (\Delta p/p)_k$ (где ω_0 — частота обращения в накопителе). Интеграл спектра около n -й гармоники (или мощность сигнала на пикап-электроде) пропорционален току пучка:

$$\frac{1}{2\pi} \int W(\omega) d\omega = \langle A_n^2(t) \rangle = N. \quad (28)$$

Это так называемый шоттки-шум пучка частиц (дробовой шум).

При большой интенсивности ионного пучка движение, вызываемое полем конкретной частицы в остальных частицах пучка, оказывает существенное влияние на спектр шумов. Потенциальная энергия флуктуации плотности ионного пучка с амплитудой A_n в сопутствующей системе координат составляет

$$E_p = \frac{(Ze)^2 A_n^2 L_b}{4\pi R \gamma}. \quad (29)$$

Температура, связанная с кинетической энергией движения ионов, определяется из выражения

$$\frac{kT}{2} = \frac{M_s \Delta V_{||}^2}{2} = \frac{M \Delta \omega^2 R^2 \gamma^2}{2\eta}. \quad (30)$$

Здесь $M_s = MA/\eta$ — эффективная масса продольного движения ионов вдоль пучка с учетом фокусировки в накопителе.

Для слабоинтенсивного пучка распределение по амплитудам A_n носит чисто статистический характер и имеет гауссов вид с дисперсией N :

$$f(A_n) \propto \exp\left(-\frac{A_n^2}{2N}\right).$$

При большой интенсивности пучка необходимо учесть распределение Больцмана по энергии флуктуации $\exp(-E_p/kT)$, когда потенциальная энергия флуктуации E_p становится существенной по сравнению с энергией теплового движения:

$$\begin{aligned} f(A_n) &\propto \exp\left(-\frac{A_n^2}{2N}\right) \exp\left(-\frac{A_n^2}{N(\Delta\omega/\Omega)^2}\right) = \\ &= \exp\left[-\frac{A_n^2}{2}\left(\frac{1}{N} + \frac{1}{N_{th}}\right)\right], \end{aligned} \quad (31)$$

где

$$N_{th} = N \frac{\Delta\omega^2}{2\Omega^2} = \frac{\pi\eta(\Delta p/p)^2 R \beta^2 \gamma^3}{r_l L_b}. \quad (32)$$

При большом числе частиц дисперсия гармоник $\langle A_n^2 \rangle$ (или, что то же самое, интеграл спектра мощности около n -й гармоники) ограничивается пороговым числом N_{th} и, как видно из (31), равна

$$\langle |A_n|^2 \rangle = \frac{NN_{th}}{N + N_{th}}. \quad (33)$$

Обратим внимание на то, что, если накопитель работает на энергии выше критической и $\eta < 0$, пороговое

число N_{th} отрицательно и при большом числе частиц амплитуда флуктуаций нарастает. Это есть проявление так называемой неустойчивости отрицательной массы и самобунчировки пучка при приближении $N + N_{th}$ к нулю.

Видно, что, если пучок горячий, пороговое число $N_{th} \propto \Delta\omega^2$ большое ($N_{th} \gg N$) и мощность шума пучка пропорциональна N . Как уже говорилось, это — обычный дробовой шум. При сильном же охлаждении пороговое число N_{th} становится значительно меньше числа частиц в ионном пучке N , и шум пучка превращается в тепловой, когда мощность не зависит от тока, а определяется только температурой пучка (пропорциональной квадрату разброса частот обращения $\Delta\omega^2$).

Под действием электронного охлаждения продольный импульс частиц флуктуирует около равновесного значения, и характерное время изменения импульса равно $1/\lambda$ (λ — декремент охлаждения). В случае малого разброса и сильного затухания ($\Delta\omega/\lambda \ll 1$) движение ионов вдоль пучка становится диффузионным: частица проходит малую часть периметра $\Delta\theta = \Delta\omega/\lambda$ и существенно меняет скорость движения. В результате, положение частицы случайным образом флуктуирует около начального положения и дисперсия смещения вдоль пучка нарастает со временем t как $\langle \Delta\theta^2 \rangle^{1/2} = (\Delta\omega^2 t/\lambda)^{1/2}$. Это приводит к эффективному замедлению движения частиц вдоль пучка и сильному сужению спектра шумов около гармоник частоты обращения.

Сравнительно просто описанные выше эффекты моделируются на компьютере методом квазичастиц, движущихся вдоль пучка в соответствии с силой трения и возникающими полями пространственного заряда. На рисунке 8 показано, как изменяется спектр шумов пучка при изменении декремента охлаждения, полученный

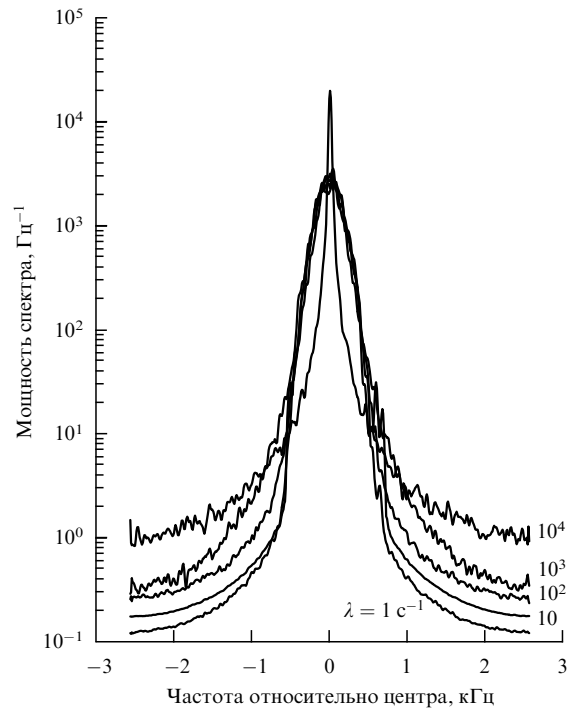


Рис. 8. Спектры шумов пучка при нарастании декремента охлаждения λ от 1 до 10^4 c^{-1} . Число частиц в пучке $N = 10^6$, тепловой разброс частот обращения $\Delta\omega = 1000 \text{ c}^{-1}$.

компьютерным моделированием. Видно, что, если декремент охлаждения сильно превышает тепловой разброс частот обращения, спектр из практически гауссова (парабола в логарифмическом представлении) становится узким (с шириной $\delta\omega \approx \Delta\omega^2/\lambda$).

В интенсивном пучке взаимодействие между частицами существенно меняет форму спектра. В этом случае флуктуации плотности вдоль ионного пучка распространяются в виде волны с азимутальной скоростью Ω , зависящей от плотности пучка, а не от тепловых скоростей (пропорциональных $\Delta\omega$). При большой интенсивности пучка N , когда $\Omega > \Delta\omega$, спектр на n -й гармонике расщепляется на два пика ($\pm n\Omega$), соответствующих волнам пространственного заряда, бегущим вдоль и против движения пучка (рис. 9).

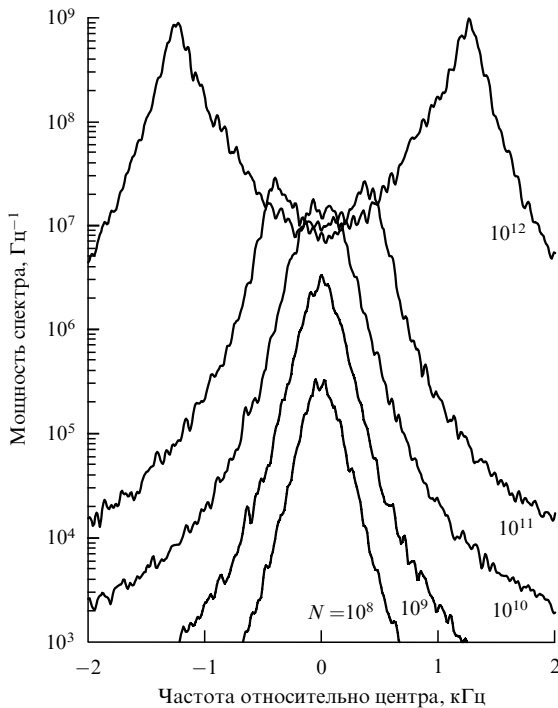


Рис. 9. Спектры шумов пучка при нарастании числа частиц в пучке N от 10^8 до 10^{12} . Декремент охлаждения $\lambda = 10^3 \text{ с}^{-1}$, тепловой разброс частот обращения $\Delta\omega = 1000 \text{ с}^{-1}$.

На рисунке 10 показан спектр пучка ионов аргона $^{40}_{18}\text{Ar}^+$, измеренный на тяжелоионном синхротроне SIS. Хорошо видна структура спектра с двумя пиками вокруг гармоники частоты обращения. Такие измерения позволяют получать данные об импульсном разбросе пучка и декрементах охлаждения путем сравнения с расчетными спектрами.

В предположении гауссова распределения частиц по импульсам выражение для спектров, полученное в работе [13], имеет вид

$$W(\omega) = GN \left(\frac{\Delta\omega}{\Omega} \right)^2 \frac{2 \text{Im} \epsilon(\omega)}{\omega |\epsilon(\omega)|^2}. \quad (34)$$

Здесь G — постоянная тракта усиления измерительного пикап-электрода, $\omega = 2\pi(f - nf_0)$ — частота относительно n -й гармоники, $\epsilon(\omega)$ — диэлектрическая постоянная

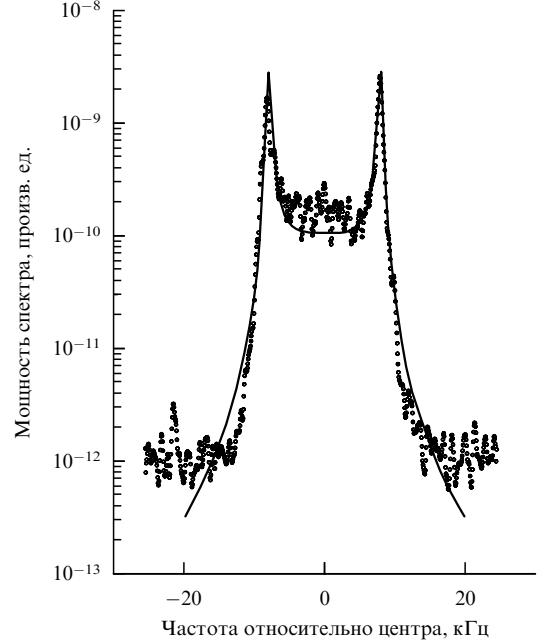


Рис. 10. Спектр шумов пучка ионов $^{40}_{18}\text{Ar}^+$ с током 4,4 мА около одной из гармоник частоты обращения (35 МГц) на установке SIS при охлаждении электронным током 400 мА. Сплошная линия — форма спектра при $\Delta p/p = 1,1 \times 10^{-4}$, вычисленная в соответствии с формулой (34). Декремент охлаждения $\lambda = 10^3 \text{ с}^{-1}$.

ионного пучка, определяемая как

$$\epsilon(\omega) = 1 + \left(\frac{\Omega}{\Delta\omega} \right)^2 \left[1 + \frac{i\omega}{\lambda q - i\omega} \left(1 + \frac{q}{1 + q - i\omega/\lambda} + \dots + \frac{q^m}{(1 + q - i\omega/\lambda) \dots (m + q - i\omega/\lambda) + \dots} \right) \right],$$

где $q = (n\Delta\omega/\lambda)^2$.

Сплошная линия на рис. 10, вычисленная в соответствии с формулой (34), показывает хорошее согласие между вычислениями и измерениями. Данные, полученные при измерениях на разных гармониках частоты обращения, позволяют надежно извлекать декременты продольного охлаждения и разбросы импульсов в равновесии. Для сильно охлажденного пучка разброс импульсов определяется не из ширины спектра, а из мощности сигнала на пикап-электродах в соответствии с (32), (33).

3.2. Проблемы получения "кристаллических пучков"

Сильное подавление шумовых сигналов, выражающееся как в уменьшении мощности шумов, так и в появлении двухпиковой структуры, происходит одновременно на всех гармониках частоты обращения, для которых длина волны превосходит поперечный размер вакуумной камеры. Что происходит при совсем малых расстояниях и возможны ли такие состояния пучка, когда существуют взаимные корреляции между соседними частицами? Фактически эти состояния являются переходными между моделями идеального газа и жидкости.

В экспериментах на НАП-М наблюдалось интересное явление — сильное подавление внутривидового рассеяния при малых протонных токах. На рисунке 11 показана зависимость мощности дробового шума протонного пучка без охлаждения и при охлаждении электронным пучком [12]. Видно, что после охлаждения дробовой шум пучка уменьшается на два порядка при

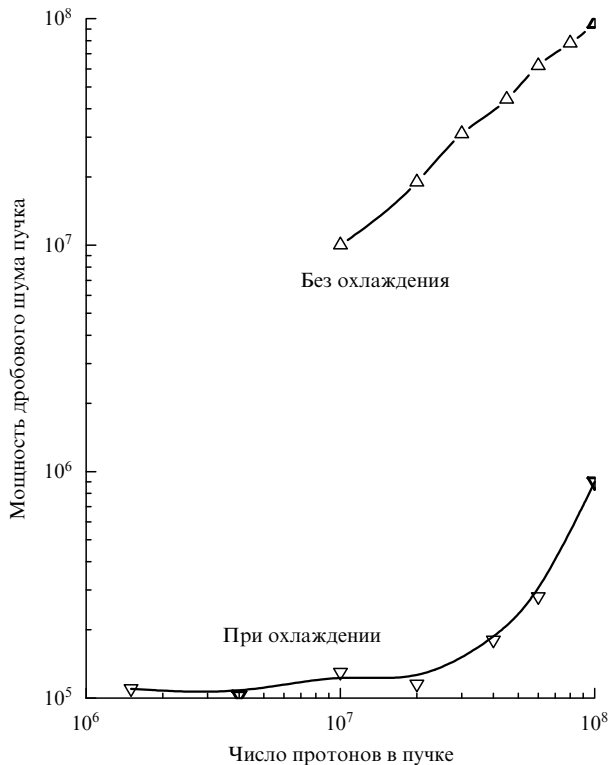


Рис. 11. Мощность флуктуаций тока протонного пучка (нормированная на мощность сигнала, создаваемого одним протоном) в зависимости от протонного тока пучка на накопителе НАП-М без охлаждения и при охлаждении электронным током 0,3 А (энергия 65 МэВ).

токе протонного пучка 10 мкА (число протонов в пучке $N = 10^7$), что соответствует переходу дробового шума в тепловой, пропорциональный продольной температуре пучка. Постоянство мощности шума в диапазоне токов 0,1–10 мкА означает постоянство продольной температуры в сопутствующей системе координат со значением около 1 К, что соответствует импульсному разбросу $\Delta p/p = 10^{-6}$.

Внутрипучковое рассеяние в сильно охлажденном пучке обычно определяет разброс импульсов, устанавливающийся в процессе охлаждения. При протонных токах в диапазоне 0,1–10 мкА поперечный размер менялся мало, и установившийся импульсный разброс должен был составлять как минимум $\Delta p/p \approx (5 - 50) \times 10^{-6}$, даже если предполагать время продольного затухания равным 1 мс. Полученный разброс импульсов (в 50 раз меньше ожидаемого) может быть связан с проявлением упорядоченности на уровне соседних частиц, когда частицы испытывают взаимные продольные колебания, но не проскальзывают по орбите друг относительно друга. В этом случае передача энергии из поперечного движения в продольное сильно подавлена.

Позже на установке ESR с электронным охлаждением тяжелых ионов наблюдались похожие эффекты, когда при малом числе частиц импульсный разброс слабо изменялся, а при некотором критическом числе частиц скачком нарастал [14]. На рисунке 12 показан пример таких измерений для ионов золота, охлаждаемых на установке ESR электронным током 250 мА.

В целях проверки модели можно попытаться использовать выражение (23) для нагрева продольного им-

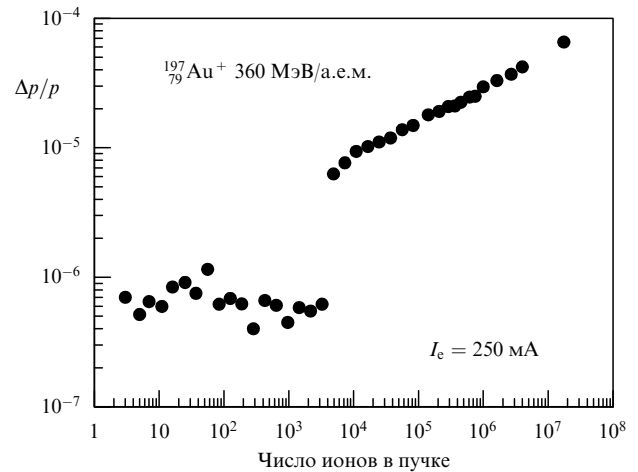


Рис. 12. Разброс импульсов в зависимости от числа ионов $^{197}_{79}\text{Au}^+$, измеренный на установке ESR в GSI (рисунок любезно предоставил M. Steck).

пульсного разброса внутрипучковым рассеянием, умноженное на $\exp(-E_i/kT_{\parallel})$, чтобы учесть подавление взаимного проскальзывания частиц на орбите за счет существования потенциального барьера E_i . При этом предполагается, что энергия потенциального барьера определяется поперечным размером ионного пучка a_{\perp} :

$$E_i = \frac{(Ze)^2}{a_{\perp}} - \frac{(Ze)^2}{a_{\perp} + \Delta s},$$

где $\Delta s = P/N$ — продольное расстояние между ионами ($P = 2\pi R$ — периметр накопителя).

На рисунке 13 представлен пример вычисления импульсного разброса для установки ESR. Видно, что результат вычисления очень близок к реально наблюдаемому в эксперименте импульсному разбросу, и гипотеза

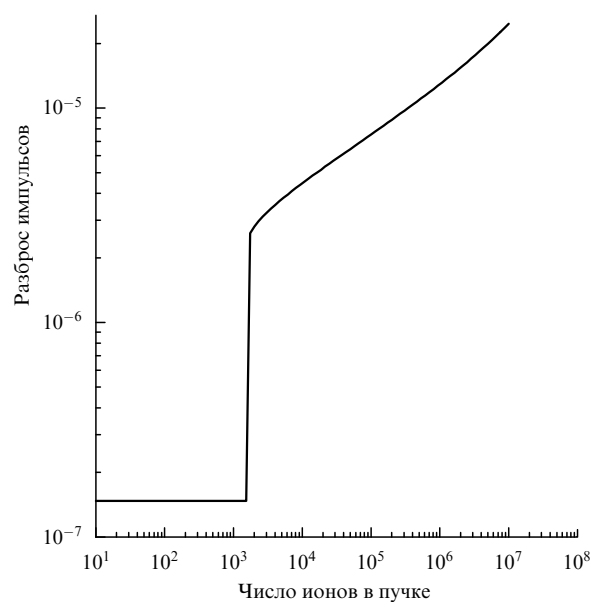


Рис. 13. Разброс импульсов в зависимости от числа ионов $^{197}_{79}\text{Au}^+$ с учетом внутрипучковых корреляций (в условиях измерений на установке ESR, приведенных на рис. 12).

о существовании корреляции в продольном положении ионов при малых ионных токах выглядит разумно.

Изложенные выше результаты стимулировали исследование возможности получения кристаллических состояний пучков в ионных накопителях. В принципе, такие состояния в ловушках с лазерным охлаждением наблюдаются, когда ионы покоятся относительно ловушки [15, 16]. Создание истинно кристаллических состояний пучков (во всех трех измерениях) в накопителях сталкивается с проблемой их разрушения во время движения в накопителе. Эта задача напоминает попытку проката кристалла в валках формовочного стана, деформирующего кристалл в поперечном направлении, что, естественно, кончается разрушением кристалла.

Поле пространственного заряда в поперечном направлении дефокусирует ионы, и сдвиг частоты бетатронных колебаний, согласно (22), составляет

$$\Delta v = \frac{\pi n_i r_i R^2}{\beta^2 \gamma^3 v}. \quad (35)$$

Характерное расстояние между ионами $\Delta a \approx n_i^{-1/3}$, а параметр, определяющий превышение энергии взаимодействия над температурой, можно записать в виде

$$A = \frac{(Ze)^2}{kT\Delta a}.$$

В идеальном кристалле ионы не движутся друг относительно друга, а из-за теплового движения совершают малые колебания в ионной решетке с амплитудой $\delta a \approx \Delta a/A$. Ясно, что о кристалле можно говорить только при условии $A \gg 1$. В обратном случае ($A \ll 1$) взаимодействием частиц можно пренебречь и размер пучка будет определяться внешней фокусировкой и температурой T . При $A \gg 1$ внешняя фокусировка компенсируется внутренним расталкиванием и ионы колеблются не относительно центра орбиты, а относительно смещенного положения внутри "кристалла".

Как перейти из неупорядоченного состояния в трехмерную кристаллическую структуру при требуемом очень сильном сдвиге частоты бетатронных колебаний, до сих пор не ясно. Этому посвящено много теоретических работ [15], в которых анализируются различные варианты фокусировок и трехмерные структуры типа вложенных спиралей. Однако экспериментально трехмерный кристалл в ускорителе пока еще получить не удалось, хотя установки для осуществления этой красивой идеи и создаются [16].

4. Эффекты взаимодействия пучков при электронном охлаждении

4.1. Эксперименты с охлаждением интенсивного ионного пучка

Использование электронного охлаждения для высокоинтенсивных ионных пучков выявило возникновение сильных потерь ионного пучка на начальных стадиях охлаждения. Накопительное кольцо с электронным охлаждением CELSIUS было одной из первых установок, где это явление проявилось наиболее ярко [17], однако сильные потери интенсивного ионного пучка происходили и на других установках [18, 19].

В накопителе CELSIUS используется инжекция с перезарядкой ионов водорода H_2^+ , выходящих из циклотрона с энергией 96 МэВ. Большое сечение развала иона H_2^+ на протоны с энергией 48 МэВ позволяет заполнить апертуру накопителя протонным пучком практически до предела по пространственному заряду (15–30 мА). При попытках охлаждения столь интенсивного протонного пучка происходили очень быстрые потери интенсивности и только около 30–100 мкА охлаждалось в тонкий пучок, как показано на рис. 14.

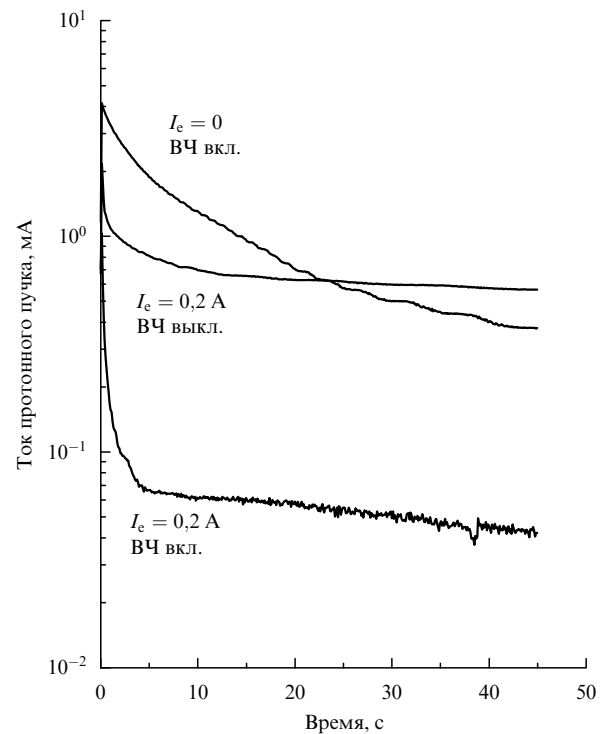


Рис. 14. Зависимость тока протонного пучка от времени после инжекции в накопитель CELSIUS без охлаждения ($I_e = 0$) и при охлаждении электронным током $I_e = 0,2$ А с включенным и выключенным ВЧ-напряжением на ускоряющем резонаторе.

Охлаждение протонного пучка, равномерно распределенного по орбите (с выключенным ВЧ-напряжением на ускоряющем резонаторе), заметно повышало средний ток, оставшийся после охлаждения. Охлаждение с включенным ВЧ-напряжением на ускоряющем резонаторе приводило к группировке протонов в короткий сгусток с резким увеличением импульсного тока пучка по сравнению со средним. Измерения показали, что ограничивался именно мгновенный (импульсный) ток протонного пучка; при включении ВЧ-напряжения средний ток резко уменьшался (см. рис. 14).

При ускорении в циклотроне ионов H^+ (вместо H_2^+) можно было получать заметно большую энергию, однако при этом исчезала возможность перезарядной инжекции и за один импульс можно было инжектировать в CELSIUS только 50–100 мкА протонного тока на энергии 180 МэВ. Электронное охлаждение, сжимая размер протонного пучка от нескольких сантиметров до 1 мм, позволяло производить такие инжекции многократно, накапливая протонный ток.

Из рисунка 15 видно, что если при малых протонных токах накопление происходит линейно со временем, то

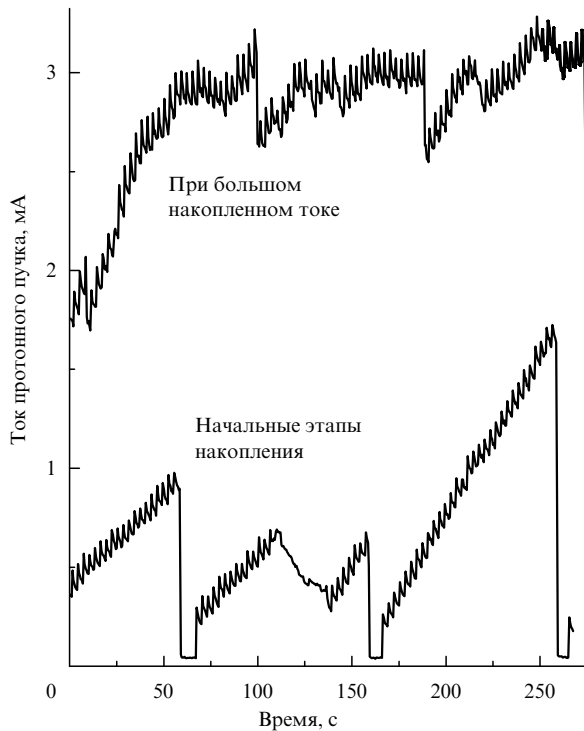


Рис. 15. Несколько циклов накопления тока протонного пучка в накопителе CELSIUS при электронном охлаждении ($I_e = 1,8$ А, $E_p = 180$ МэВ).

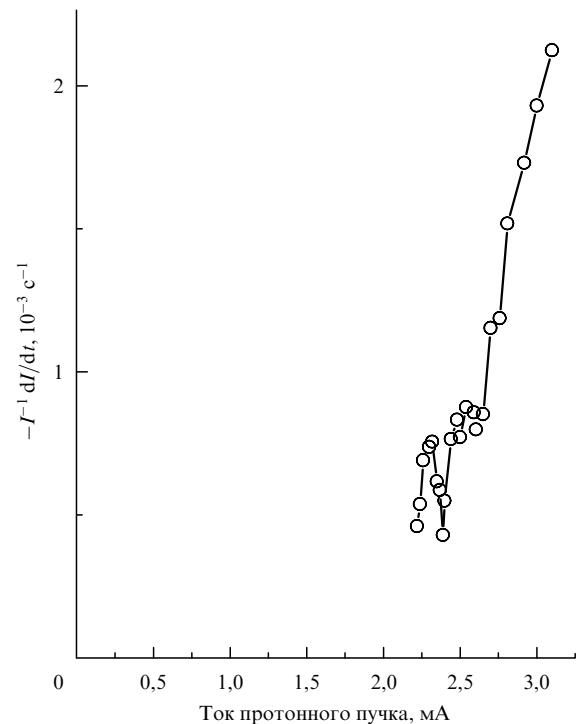


Рис. 16. Зависимость потерь тока протонного пучка $-I^{-1} dI/dt$ от циркулирующего тока в накопителе CELSIUS ($I_e = 1,8$ А, $E_p = 180$ МэВ).

при токах 3–5 мА потери между инжекциями сильно возрастают и накопленный ток определяется равновесием новых инжекций и этих потерь. При выключении новых инжекций протонный ток спадает вначале быстро, а по мере уменьшения тока все медленнее. На рисунке 16 показано, что потери имеют пороговый характер: они возникают и резко нарастают после протонного тока более 2 мА. Размер протонного пучка, измеренный в этих экспериментах, составлял 0,7 мм.

Само по себе охлаждение может вызывать развитие неустойчивостей при слишком малом импульсном разбросе за счет взаимодействия с некоторыми элементами вакуумной камеры. Но начальный разброс протонного пучка не был слишком велик ($\Delta p/p \approx 5 \times 10^{-4}$) и после охлаждения уменьшался до значения $\Delta p/p \approx 10^{-4}$. Видно, что после падения интенсивности пучка на два порядка и уменьшения импульсного разброса только в 5 раз продольные неустойчивости должны были бы проявляться сильнее и без охлаждения.

Измерения с электронным пучком при сильно отстроенной энергии, когда никакого охлаждения не происходило, а тем не менее потери протонного тока оставались большими, убедили экспериментаторов в том, что основная причина потерь заключается в наличии электронов на орбите интенсивного протонного пучка.

Весьма интересен опыт охлаждения интенсивного протонного пучка на установке с электронным охлаждением LEAR [20]. Это накопительное кольцо имеет очень мощную систему обратных связей, используемую для стохастического охлаждения. Полоса частот системы обратных связей LEAR превышает 500 МГц, ее использование с пониженными коэффициентами усиления позволило подавить поперечные неустойчивости и уве-

личить число накопленных протонов на два порядка: вплоть до 8×10^{10} .

4.2. Особенности охлаждения когерентных флуктуаций

Уже в первых исследованиях коллективного взаимодействия в системах для электронного охлаждения выяснилось, что электронный пучок может вносить очень сильное затухание в когерентные моды колебаний ионных пучков [21, 22]. При этом декремент затухания когерентных мод линейно нарастает с плотностью электронов и числом ионов, участвующих во взаимодействии.

В системе координат, сопутствующей пучкам, равновесное состояние частиц определяется совместным действием поля внешней фокусировки и поля пространственного заряда пучков. При возникновении флуктуации в ионном пучке возникает электростатическое поле, возвращающее частицы к равновесному состоянию. Пусть в ионном пучке происходят плазменные колебания, заключающиеся в движении малого сгустка ионного пучка, содержащего N_i частиц, относительно основного пучка. Дополнительная энергия, связанная со взаимодействием этого сгустка и пучка, составляет

$$W = N_i \left(\frac{M_i V_i^2}{2} + \frac{M_i \omega_i^2 x_i^2}{2} \right). \quad (36)$$

В отсутствие электронного пучка происходят колебания сгустка ионного пучка с сохранением полной энергии W , кинетическая энергия переходит в потенциальную и обратно с частотой плазменных колебаний. При движении со скоростью V_i в электронном пучке изменение положения сгустка ионов возбуждает электрическое поле $E = 4\pi n_e Z e V_i \tau$. За время взаимодействия с электронным пучком τ это поле вызывает в электронном пучке

движение электронов с импульсом $\Delta p = eE\tau$, что эквивалентно потере энергии в когерентном движении ионов $\Delta W_k = N_e \Delta p^2 / 2m$.

Предполагая, что числа частиц N_i и N_e , участвующих во взаимодействии, определяются объемом флуктуации v_f и соответствующими плотностями пучков: $N_i = n_i v_f$ и $N_e = n_e v_f$, получаем (безразмерный) относительный декремент потерь энергии за один пролет участка охлаждения в виде

$$\lambda = \frac{\Delta W_k}{M_i V_i^2 / 2 N_i} = \omega_e^2 \omega_i^2 \tau^4, \quad (37)$$

где ω_e и ω_i — плазменные частоты колебаний в электронном и ионном пучках.

Потери одной частицы, движущейся в электронном потоке со скоростью V_i , определяются (см. (9)) силой трения $F = 4\pi Z^2 e^4 n_e L_c / m V_i^2$, а относительный декремент потерь за время одного пролета участка охлаждения

$$\lambda_1 = \frac{F\tau}{M_i V_i} = \frac{\omega_e^2 \tau (eZ)^2 L_c}{M_i V_i^3}. \quad (38)$$

Отношение декрементов (37) и (38) равно

$$\frac{\lambda}{\lambda_1} = \frac{n_i (V_i \tau)^3}{L_c}, \quad (39)$$

и когерентный декремент превосходит одночастичный в число раз, равное числу ионов, находящихся в области когерентного взаимодействия $a_c = V_i \tau$.

Всегда ли когерентное взаимодействие вносит полезное затухание в ионный пучок или оно может привести к проблемам с устойчивостью пучка?

При повышении плотности пучков (например, электронного пучка) рост потерь энергии когерентной флуктуации вследствие возбуждения движения в электронном пучке ограничен дебаевским экранированием [23]. При $\omega_e \tau > 1$ сгусток ионов, движущихся в электронном пучке, окружается электронным облаком, компенсирующим поле пространственного заряда ионного пучка, и импульс, передаваемый электронам полем ионной флуктуации, перестает расти пропорционально τ .

Максимальные потери энергии движущимся сгустком ионов, который захватывает в это движение ZN_i электронов, составляют

$$\Delta W = -g Z N_i \frac{m V_i^2}{2}, \quad (40)$$

где g — фактор, учитывающий детали взаимодействия (для чисто неупругого столкновения $g = 1$, для упругого столкновения $g = 4$).

Потери (40) отбирают энергию и вызывают затухание колебаний когерентной флуктуации. Однако компенсация поля ионной флуктуации имеет и плохую сторону: исчезает возвращающая сила ионных плазменных флуктуаций, и ионы движутся свободно (вместе с экранирующими электронами), пока сгусток находится внутри электронного пучка:

$$X_{\text{out}} = X_{\text{in}} + V_{\text{out}} \tau,$$

$$V_{\text{out}} = V_{\text{in}} - g \frac{Zm}{2M_i} V_{\text{in}}$$

вместо

$$X_{\text{out}} = X_{\text{in}} \cos(\omega_i \tau) + \frac{V_{\text{in}}}{\omega_i} \sin(\omega_i \tau),$$

$$V_{\text{out}} = V_{\text{in}} \cos(\omega_i \tau) - X_{\text{in}} \omega_i \sin(\omega_i \tau)$$

при плазменных колебаниях вне электронного пучка.

На рисунке 17 показан пример свободного движения ионов на участке охлаждения, демонстрирующий сильное нарастание амплитуды ионных когерентных колебаний после выхода из электронного пучка. Разрыв взаимодействующих электронных и ионных пучков в момент выхода из участка охлаждения оказывается источником дополнительной энергии, увеличивающей амплитуду когерентных колебаний в ионном пучке.

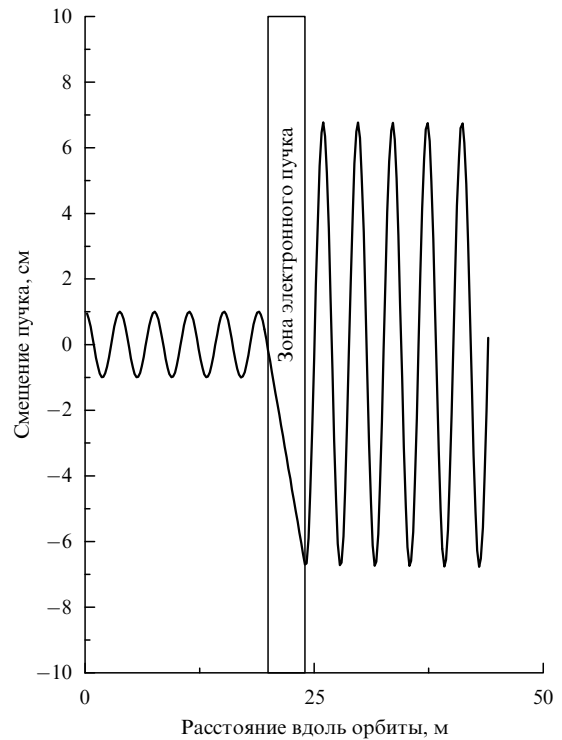


Рис. 17. Изменение амплитуды плазменных колебаний после пролета участка с интенсивным электронным пучком.

Выход ионной флуктуации из зоны охлаждения приводит к изменению энергии в расчете на один ион, равному (с учетом $\langle V_{\text{in}} X_{\text{in}} \rangle = 0$ и $\delta V_i \ll V_i$)

$$\frac{\Delta W}{N_i} = \left(-g \frac{Zm}{2} + \frac{M_i (\omega_i \tau)^2}{2} \right) V_i^2. \quad (41)$$

Здесь первый член — диссипативные потери при влете (40), второй — нарастание потенциальной энергии взаимодействия колеблющегося малого сгустка ионов с остальными ионами пучка из-за свободного смещения ионов за время пролета участка охлаждения. Из формулы (41) видно, что затухание когерентных колебаний происходит только при не слишком большой плотности ионного пучка:

$$(\omega_i \tau)^2 < g \frac{Zm}{M_i \tau}, \quad (42)$$

что соответствует максимально возможному когерентному декременту Zm/M_i .

Вводя частоту колебаний электронов в поле пространственного заряда ионного пучка $\omega_{ei} = \sqrt{4\pi e^2 n_i/m} = \omega_i \sqrt{M_i/m}$, получаем простое ограничение

$$\omega_{ei} < \frac{\sqrt{g}}{\tau}. \quad (43)$$

Из выражения (43) следует, что, если за время взаимодействия τ смещение фазы колебаний электронов в поле ионного пучка слишком сильное, вместо охлаждения получим неустойчивость и нагрев!

4.3. Матричный анализ когерентной устойчивости системы электронного охлаждения

Пусть на участке охлаждения электронный и ионный пучки имеют цилиндрическую форму с плотностями n_e и n_i соответственно. Запишем уравнения относительных дипольных колебаний на участке охлаждения:

$$\frac{d^2 \xi_e}{dt^2} = -\omega_{ei}^2 (\xi_e - \xi_i) + i\Omega_e \frac{d\xi_e}{dt}, \quad (44)$$

$$\frac{d^2 \xi_i}{dt^2} = -\omega_{ie}^2 (\xi_i - \xi_e) - i\Omega_i \frac{d\xi_i}{dt}, \quad (45)$$

где $\xi_e = x_e + iy_e$ и $\xi_i = x_i + iy_i$ — поперечные положения центров электронного и ионного пучков соответственно; $\omega_{ei} = \sqrt{2\pi Ze^2 n_i/m}$ — частота колебаний электронов в поле пространственного заряда ионного пучка; $\omega_{ie} = \sqrt{2\pi Ze^2 n_e/M_i}$ — частота колебаний ионов в поле пространственного заряда электронного пучка; $\Omega_e = eB/mc$ и $\Omega_i = ZeB/M_i c$ — ларморовские частоты колебаний электронов и ионов с массами m и M_i в магнитном поле B .

Согласованное решение линейных уравнений (44) и (45) при начальных условиях для электронов $x_e(0) = 0$, $dx_e(0)/dt = 0$ на участке охлаждения можно записать в виде

$$\begin{pmatrix} x_i \\ \frac{dx_i}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_e \\ \frac{dx_e}{dt} \end{pmatrix}, \quad (46)$$

где элементы матрицы определяются путем интегрирования уравнений движения вдоль участка охлаждения при единичных начальных условиях. Так, при начальных условиях $x_i(0) = 1$, $dx_i(0)/dt = 0$ после прохождения участка охлаждения имеем

$$\begin{pmatrix} A_{11} \\ A_{21} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_i(\tau) \\ \frac{dx_i(\tau)}{dt} \end{pmatrix}, \quad (47)$$

где τ — время пролета участка охлаждения.

Существенной особенностью матрицы (46) является то, что ее детерминант уже не обязательно равен единице, так как система не замкнута. В процессе движения в ускорителе ионы на каждом обороте взаимодействуют с новыми электронами, и электроны могут добавлять или уносить энергию из системы. Для упрощения анализа будем предполагать, что вход и выход из электронного пучка происходят достаточно быстро.

В качестве простого примера проанализируем детерминант матрицы (46) для тяжелых частиц, взаимодействующих с электронами без магнитного поля. В этом случае можно ограничиться только одномерным движением и записать уравнения

вующих с электронами без магнитного поля. В этом случае можно ограничиться только одномерным движением и записать уравнения

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_e}{dt^2} &= \omega_{ei}^2 (x_i - x_e), \\ \frac{d^2 x_i}{dt^2} &= \omega_{ie}^2 (x_e - x_i). \end{aligned} \quad (48)$$

Для разности координат $\Delta x = x_e - x_i$ уравнение имеет простой вид:

$$\frac{d^2 \Delta x}{dt^2} + (\omega_{ei}^2 + \omega_{ie}^2) \Delta x = 0. \quad (49)$$

В результате матрицу (46) можно представить следующим образом:

$$A = \begin{pmatrix} \frac{\omega_{ei}^2 + \omega_{ie}^2 \cos(\omega\tau)}{\omega^2} & \frac{\tau \omega_{ei}^2 + \omega_{ie}^2 \sin(\omega\tau)}{\omega^2 + \omega_{ie}^2} \\ -\frac{\omega_{ie}^2 \sin(\omega\tau)}{\omega} & \frac{\omega_{ei}^2 + \omega_{ie}^2 \cos(\omega\tau)}{\omega^2} \end{pmatrix}, \quad (50)$$

где $\omega = \sqrt{\omega_{ei}^2 + \omega_{ie}^2}$ — частота относительных колебаний центров пучков.

На рисунке 18 показано изменение детерминанта матрицы A по мере роста ионной плотности, записанной как $\omega\tau$. Видно, что при малой плотности ионов реакция электронов положительна: ионы передают свою энергию поперечного движения электронам и это область быстрого затухания когерентных колебаний. Однако при больших плотностях ионов возникают ситуации, когда после разрыва связи ионов с электронами энергия в ионном пучке становится больше, чем была вначале! Взаимодей-

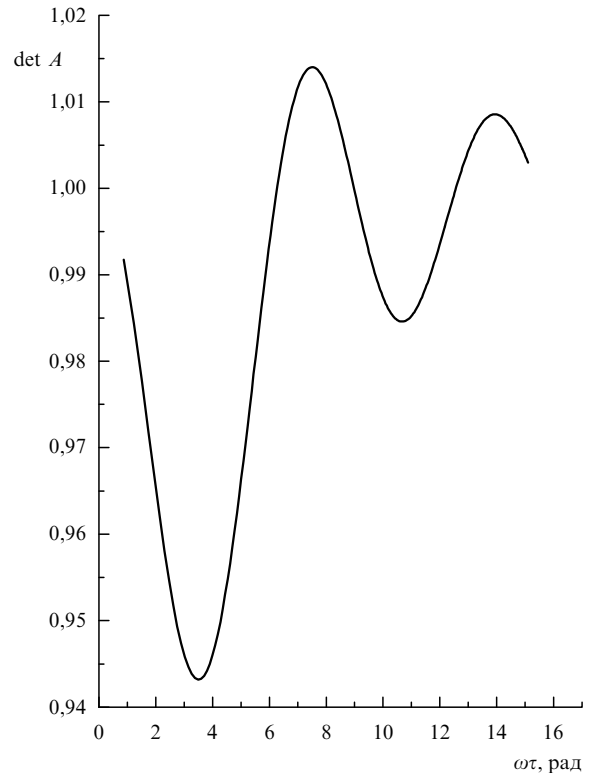


Рис. 18. Изменение детерминанта матрицы A с ростом ионной плотности ($n_e = 10^8 \text{ см}^{-3}$, $n_i^{\text{max}} = 10^8 \text{ см}^{-3}$, $\tau = 4 \times 10^{-8} \text{ с}$).

ствие на начальном участке отвечает быстрому охлаждению когерентных колебаний, но при слишком большой плотности ионного пучка возникает саморазогрев когерентных флуктуаций.

Вне участка охлаждения движение ионного пучка предполагается линейным и описывается матрицей Твиса

$$\begin{pmatrix} \cos \mu_x & \frac{\beta_x}{V_0} \sin \mu_x \\ -\frac{V_0}{\beta_x} \sin \mu_x & \cos \mu_x \end{pmatrix} \quad (51)$$

с учетом приведения координаты от центра к началу участка охлаждения согласно соотношению

$$x = x - V_x \frac{\tau}{2}. \quad (52)$$

После прохождения участка охлаждения перед использованием матрицы Твиса эта операция повторяется для формального приведения частицы к центру участка охлаждения.

Совместное использование матрицы накопителя и матрицы A , полученной численным интегрированием уравнений движения, и прослеживание большого числа оборотов в накопителе позволяют выяснить условия устойчивости колебаний для конкретных параметров накопителя. На рисунке 19 показана диаграмма устойчивости ионных колебаний в отсутствие магнитного поля. Скорость протонов составляла $V_0 = 10^{10}$ см/с, длина участка охлаждения $l = 4$ м, значения бета-функции $\beta_x = \beta_y = 13$ м. На рисунке показана плоскость плотностей ионного и электронного пучков. Область, в которой инкремент неустойчивости превышает декремент затухания Ландау 10^{-3} , заштрихована. Сплошная линия показывает границу этой области для декремента затухания Ландау 10^{-4} .

Из рисунка 19 видно, что при малых плотностях ионного пучка ограничения на плотность электронного пучка связаны со слишком большим сдвигом частот

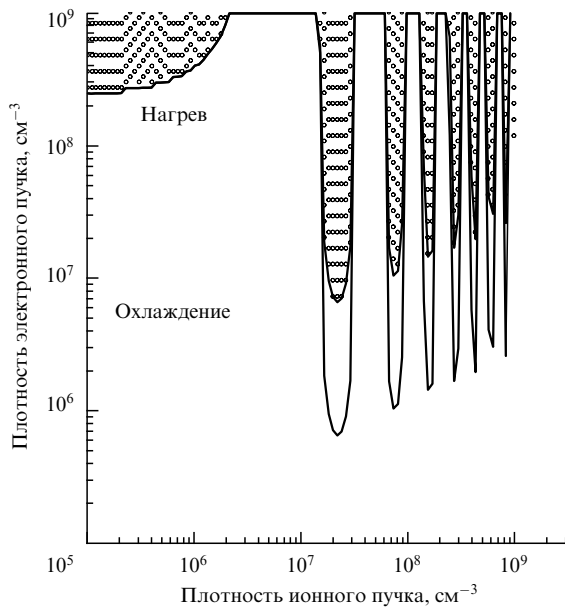


Рис. 19. Диаграмма устойчивости ионных колебаний для $B = 0$ ($\tau = 4 \times 10^{-8}$ с, $l = 4$ м, $\beta_x = 13$ м).

бетатронных колебаний под воздействием поля пространственного заряда электронного пучка. При возрастании плотности ионного пучка электронный пучок начинает колебаться вокруг ионного пучка, и для дипольных мод ограничения даже уменьшаются из-за уменьшения воздействия на ионный пучок, когда электронный пучок за время пролета успевает сместиться к центру ионного пучка. При дальнейшем возрастании плотности ионного пучка возникают неустойчивые зоны при неблагоприятной фазе разрыва колебаний электронов в поле ионного пучка.

Введение магнитного поля существенно меняет картину неустойчивых зон. На рисунках 20 и 21 представлены расчеты с учетом продольного магнитного поля на

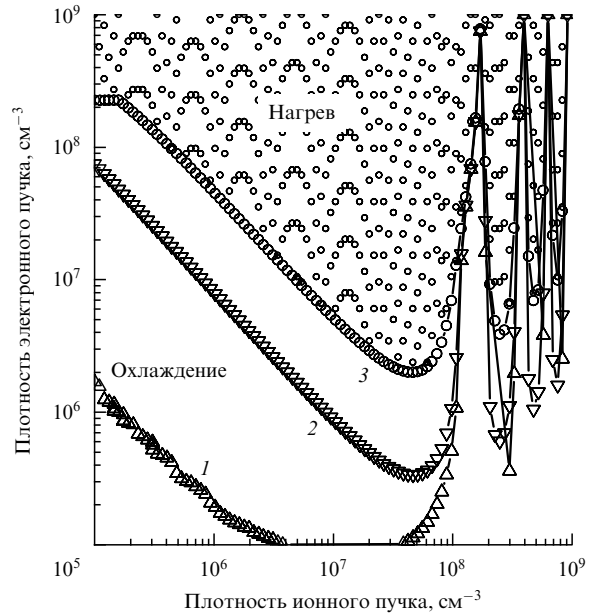


Рис. 20. Диаграмма устойчивости ионных колебаний для $B = 100$ Гс ($\tau = 4 \times 10^{-8}$ с, $l = 4$ м, $\beta_x = 13$ м).

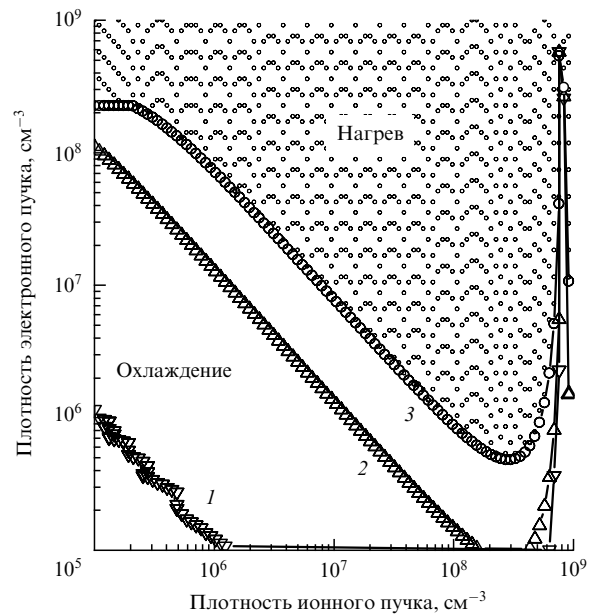


Рис. 21. Диаграмма устойчивости ионных колебаний для $B = 500$ Гс ($\tau = 4 \times 10^{-8}$ с, $l = 4$ м, $\beta_x = 13$ м).

участке охлаждения со значениями $B = 100$ Гс и $B = 500$ Гс соответственно. Область, где инкремент неустойчивости превышает декремент затухания Ландау 10^{-3} , заштрихована. Кривая 3 показывает границу этой зоны, кривая 2 — границу зоны с декрементом 10^{-4} , кривая 1 — границу зоны, где когерентное взаимодействие приводит к затуханию когерентных колебаний.

Из рисунков 20 и 21 видно, что наличие магнитного поля приводит к появлению широкой зоны неустойчивости при условии $n_i n_e \approx 5 \times 10^{13} \text{ см}^{-6}$, на которой инкремент неустойчивости приближается к значению 10^{-3} , причем увеличение магнитного поля слабо влияет на положение этой границы. Зона когерентного затухания на линии $n_i n_e = 10^{11} \text{ см}^{-6}$ соответствует значению параметра $\lambda = \omega_{ei}^2 \omega_{ic}^2 \tau^4 = 1,0 \times 10^{-3}$. При этом набег фазы колебаний электронов в когерентных полях пучков $\Delta\phi \approx \sqrt{\lambda M_i / m}$ (см. (42), (43)) приближается к единице, а в когерентных колебаниях ионов возникают малые (порядка 10^{-5}) инкременты, которые могут быть подавлены как затуханием Ландау, так и системами обратной связи. При приближении к значению $\lambda \approx 0,1$ наличие инкрементов порядка 10^{-3} делает задачу обеспечения устойчивости более трудной, а при $\lambda \approx 1$ — практически неразрешимой.

5. Примеры использования электронного охлаждения

5.1. Накопление ионных пучков

В 1998 г. на синхротроне тяжелых ионов SIS в Дармштадте (GSI) вступила в эксплуатацию установка для электронного охлаждения, разработанная и построенная в Институте ядерной физики СО РАН [24]. После ускорения ионного пучка в линейном ускорителе до энергии 11 МэВ/нуклон и дополнительной обдирки электронов на перезарядной мишени ионы с помощью многооборотной инжекции заполняют весь допустимый акцептанс синхротрона SIS (определяемый максимальной амплитудой колебаний в вакуумной камере).

Для многих сортов ионов трудно получить большой ионный ток в ионном источнике и линейном ускорителе, что ограничивает интенсивность ускоренного пучка. Электронное охлаждение, сжимая ионный пучок до малого размера, позволяет производить многократную инжекцию в освобождающийся после охлаждения фазовый объем и увеличивать тем самым накопленную интенсивность ионного пучка.

Общий вид установки для электронного охлаждения на синхротроне SIS представлен на рис. 22. На рисунке 23 показан пример накопления ионов висмута $^{209}\text{Bi}^{67+}$ в синхротроне. Параметры установки приведены в табл. 1. Как видно из рис. 23, потери ионов между циклами инжекции возрастают по мере накопления ионов, и максимальная интенсивность достигается при равенстве потерь между инжекциями вновь инжектированному току. В потерях доминируют перезарядка ионов на остаточном газе и рекомбинация на электронном пучке. В экспериментах были обнаружены сильные изменения коэффициента рекомбинации от остаточного заряда ионов висмута $^{209}\text{Bi}^{(62-68)+}$ [24], аналогичные ранее наблюдавшимся для ионов свинца [25, 26].

Коэффициент радиационной рекомбинации иона с зарядом Ze без учета внутренней электронной оболочки

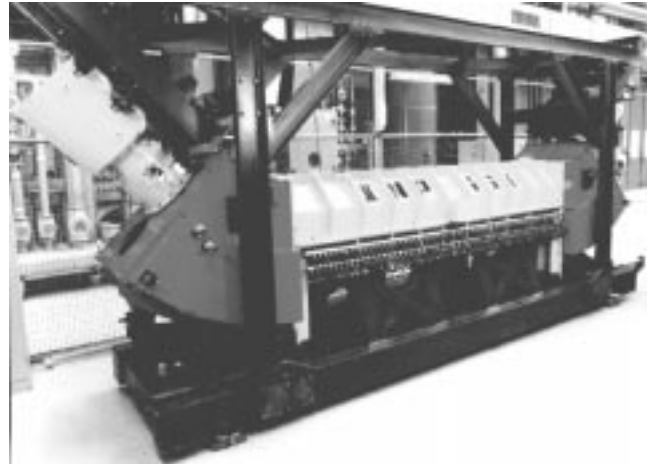


Рис. 22. Магнитная система установки для электронного охлаждения на синхротроне SIS.

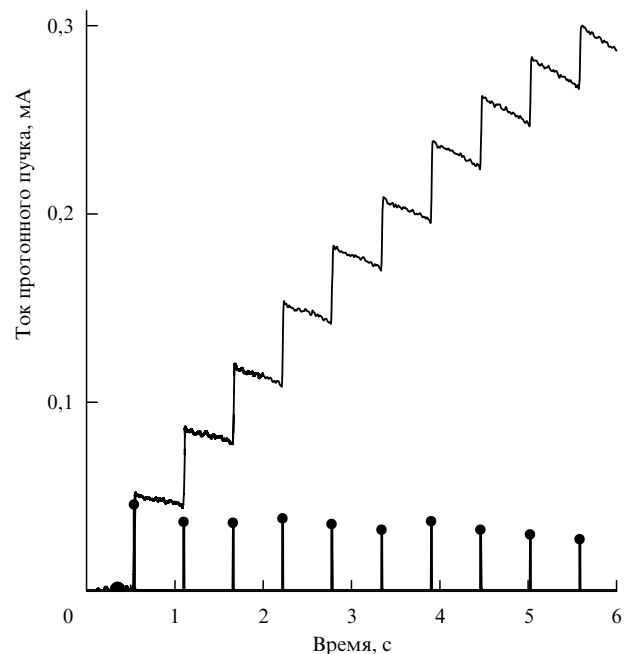


Рис. 23. Накопление ионов $^{209}\text{Bi}^{67+}$ на синхротроне SIS: линия — измеренный ток, точки — ионный ток, добавленный при каждой новой инжекции. Охлаждающий электронный ток $I_e = 400$ мА, фактор расширения электронного пучка 3.

Таблица 1. Параметры установки для электронного охлаждения на синхротроне SIS

Параметр	Значение
Энергия электронного пучка	6,3 кэВ
Ток электронного пучка	0,3–1 А
Диаметр катода	25 мм
Магнитное поле на катоде	0,5–4 кГс
Магнитное поле на участке охлаждения	0,5–1,5 кГс
Коэффициент магнитного расширения	1–8
Диаметр электронного пучка	25–70 мм
Длина участка охлаждения	3 м
Параллельность поля в соленоиде	5×10^{-5}
Давление в установке	4×10^{-11} мм. рт. ст.

(в единицах $\text{см}^3/\text{с}$) равен

$$\alpha_{\text{rec}} = 3,02 \times 10^{-13} \frac{Z^2}{\sqrt{T_e}} \left[\ln \frac{11,32Z}{\sqrt{T_e}} + 0,14 \left(\frac{T_e}{Z^2} \right)^{1/3} \right], \quad (53)$$

где T_e — температура электронного пучка в электрон-вольтах. В измерениях, показанных на рис. 24, охлаждение проводилось при расширении пучка, что уменьшало его плотность в три раза, соответственно, температура пучка при расширении падала от 0,09 до 0,03 эВ. Видно, что скорость рекомбинации для некоторых частично ионизованных ионов близка к этой оценке.

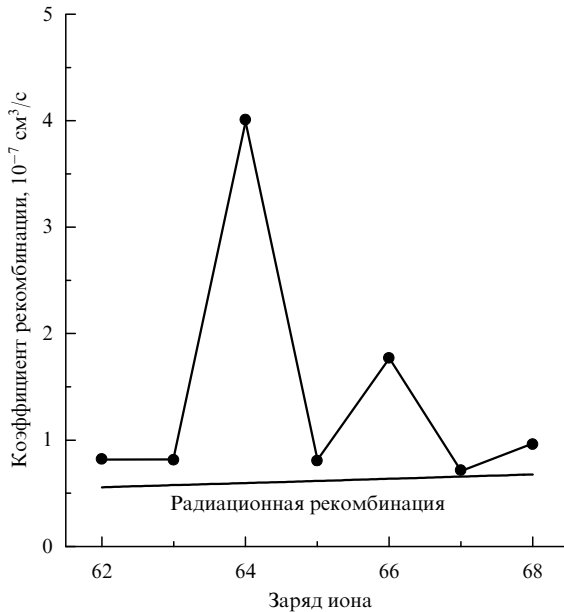


Рис. 24. Коэффициент рекомбинации ионов висмута $^{209}\text{Bi}^{(62-68)+}$. Линия радиационной рекомбинации проведена в соответствии с [24] для эффективной электронной температуры $T = 0,03$ эВ.

Исследования, проведенные на установке TSR, показали [26], что причиной быстрой рекомбинации некоторых ионов, является диэлектронная безызлучательная рекомбинация, когда электрон пучка захватывается ионом и энергия передается внутреннему электрону, который переходит в возбужденное состояние. Если спектр такого взаимодействия имеет максимум вблизи малой энергии относительного движения, это приводит к повышенной рекомбинации таких ионов.

Наиболее простой путь борьбы с рекомбинацией является повышение поперечной температуры электронного пучка, слабо влияющей на время охлаждения в сильном магнитном поле, но прямо влияющей на скорость рекомбинации. Время охлаждения ионного пучка с поперечной скоростью $V_{\perp} = \gamma\beta c \sqrt{\epsilon/\beta_{\perp}}$ (здесь ϵ — эмиттанс ионного пучка) определяется выражением

$$\tau^{-1} = c \frac{2n_e r_e r_i L_c}{(V_{\perp}/c)^3}. \quad (54)$$

Учитывая только радиационную рекомбинацию, получаем оценку фактора накопления ионного тока в виде

$$N_{\text{storage}} = \frac{1}{\alpha_{\text{rec}} n_e \tau} = \sqrt{T_e} \frac{8,4 \times 10^{-6}}{A(V_{\perp}/c)^3}. \quad (55)$$

Для условий эксперимента по накоплению ионов $^{209}\text{Bi}^{67+}$ в SIS ($T_e = 0,03$ эВ, радиальный эмиттанс $\epsilon = 150\pi$ мм мрад) фактор накопления $N_{\text{storage}} = 20$, что близко к полученным во время экспериментов значениям. Из выражения (55) видно, что для существенного увеличения фактора накопления можно использовать двухстадийные схемы, в которых ионный пучок сжимается в одном электронном пучке, а после того как размер пучка (и, соответственно, поперечная скорость V_{\perp}) существенно уменьшится, он удерживается в другом электронном пучке со значительно меньшей плотностью. При этом уменьшение поперечной скорости V_{\perp} на один порядок должно улучшить фактор накопления N_{storage} на три порядка.

Подобные манипуляции возможны и в одном накопительном кольце, но требуют специального распределения электронов — с резко уменьшенной плотностью в центре электронного пучка. Это особенно важно, в частности, для развиваемого в CERN проекта тяжелоионного коллайдера, который, возможно, потребует использования для накопления полностью ионизованных ионов свинца, разработки схем с пониженной рекомбинацией ионов и специальным распределением электронного пучка.

5.2. Эксперименты с охлажденными ионными пучками

Возможность накопления и многочасового удержания в накопителях пучков частично или полностью ионизованных ионов позволила провести ряд недоступных ранее экспериментов. Например, в GSI на установке ESR с электронным охлаждением был исследован процесс бета-распада полностью ионизованных ионов диспрозия ($A = 163$, $Z = 66$), которые в обычном состоянии стабильны. Ионизация открывает для некоторых ядер возможность бета-распада с захватом рождающегося электрона на глубокие атомные уровни, что понижает требуемую энергию для распада. Такие процессы происходят в звездах, где ионы сильно ионизованы, и возможность исследования этих процессов в лаборатории помогает глубже понять нуклеосинтез во Вселенной и соотношение изотопов в звездах [27]. Энергия поступательного движения ионов в сотни МэВ/нуклон позволяет ионизовать ионы обдиркой на мишени (почти как в недрах звезд), а электронное охлаждение до сверхнизких температур помогает обеспечить многочасовое удержание этих ионов в накопителе для исследования их свойств.

Изучение взаимодействия ионов, имеющих часть атомных электронов, с холодными электронами или монохроматическими лазерными фотонами позволяет получать интересную информацию с разрешением лучше, чем 10^{-6} эВ. Как уже упоминалось, в экспериментах обнаружилась сильная диэлектронная рекомбинация ионов с участием одного электрона из пучка, а второго — орбитального. На некоторых установках проводятся эксперименты со сложными многоатомными ионами [28].

Охлажденный пучок обладает весьма малым разбросом по импульсам, что позволяет проводить очень точные измерения энергии и масс ионов, включая долгоживущие ионы с метастабильными ядрами. При измерении спектра шумов пучка короткоживущих ионов погрешность определения центра линии, создаваемой ионами, составляет $\Delta p/p = \xi T_0/\tau_{\text{life}}$, где ξ — погреш-

ность измерения, зависящая от шумов и набранной статистики, τ_{life} — время жизни ионов, T_0 — частота обращения, T_0/τ_{life} — естественная ширина линии. На установке ESR [27] достигается точность измерения относительных импульсов частиц с погрешностью 10^{-7} , что позволяет производить тонкую спектроскопию пучка тяжелых ионов.

5.3. Сверхтонкая внутренняя мишень

Подавляя рассеяние на мишени, электронное охлаждение позволяет существенно повысить светимость установок с внутренней мишенью [10]. Светимость таких установок определяется эффективной толщиной мишени n_t и накопленным током $e f_0 N$:

$$L = f_0 N n_t. \quad (56)$$

Накопленный ток определяется балансом поступления ионов от источника dN_0/dt и потерями ионов (реакции с полным сечением σ_0) в накопителе:

$$\frac{dN}{dt} = -\sigma_0 L + \frac{dN_0}{dt}. \quad (57)$$

Режим сверхтонкой мишени определяется возможностью путем охлаждения добиться максимальной светимости установки $L = \sigma_0^{-1} dN_0/dt$, когда все поступающие частицы теряются по каналу, характеризующему сечением потерь σ_0 . Однако по мере роста поступления ионов число частиц, удерживаемых в накопителе, растет, и могут возникнуть проблемы стабильности пучка.

Основным процессом, вызывающим потери ионов из пучка при сравнительно небольших энергиях, является кулоновское рассеяние на ядрах мишени. Сечение рассеяния составляет

$$\sigma_0 = \frac{4\pi r_p^2 Z^2 Z_t^2}{\gamma^2 \beta^4 A^2 \Delta\theta^2}, \quad (58)$$

где Z_t — заряд ядер мишени, $\Delta\theta$ — максимально допустимый по апертуре накопителя угол рассеяния на мишени. При плотности мишени на единицу площади n_t вероятность рассеяния на угол больше апертурного $\Delta\theta$ равна $\sigma_0 n_t$, а время жизни пучка

$$\tau_{\text{life}} = \frac{1}{f_0 \sigma_0 n_t}. \quad (59)$$

Конкретно, продемонстрируем работу электронного охлаждения на примере установки CELSIUS с жидководородной капельной мишенью. Для такой мишени имеется важная особенность, связанная с тем, что эффективная плотность мишени является функцией размеров ионного пучка. Мишень представляет собой поток капелек жидкого водорода с плотностью $\rho = n_H M$, радиусом $a_d = 25$ мкм и расстоянием между ними $\Delta_s = 1$ мм. Поскольку размер мишени меньше, чем размер протонного пучка, сжатие электронным охлаждением увеличивает эффективную плотность мишени для пучка n_{t0} .

Геометрическая толщина мишени в пучке радиусом a (гауссов профиль ионного пучка) составляет

$$n_{t0} = n_H \frac{2\sqrt{\pi} a_d^3}{3a\Delta_s}, \quad (60)$$

что для параметров мишени CELSIUS и пучка радиусом $a = 4$ мм дает эффективную плотность мишени $n_{t0} = 3,7 \times 10^{16} \text{ см}^{-2}$.

На рисунке 25 показано изменение тока протонного пучка со временем при электронном охлаждении и без него. Пучок инжектируется при 48 МэВ, ускоряется до 400 МэВ, что сопровождается кинематическим увеличением протонного тока за счет увеличения скорости. В момент времени 30 с включается мишень и начинается охлаждение. В нижней части рисунка показана скорость регистрации продуктов реакции протонного пучка с мишенью детектором WASA, нормированная на ток пучка.

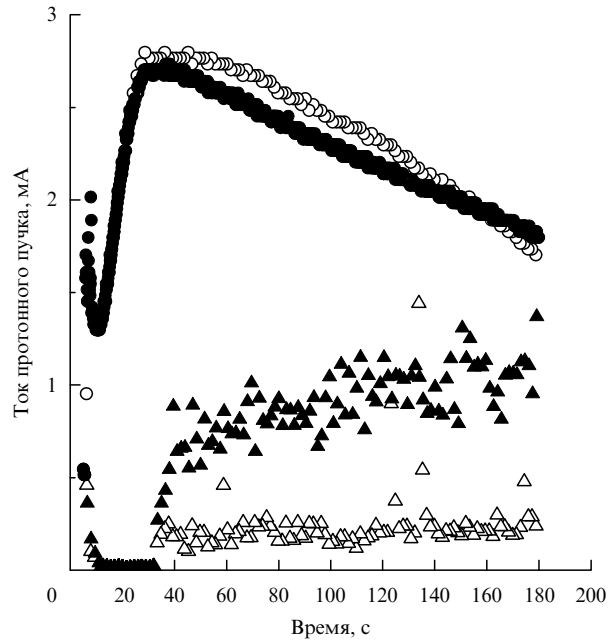


Рис. 25. Изменение во времени тока протонного пучка при взаимодействии с капельной мишенью CELSIUS и светимость, нормированная на протонный ток, при электронном охлаждении (темные точки) и без охлаждения (светлые точки).

Как видно из рис. 25, без охлаждения пучок расширяется до стенок вакуумной камеры и быстро вымирает, время жизни пучка падает до 160 с. При наличии охлаждения остаются только однократные процессы и ток протонного пучка экспоненциально падает со временем около 330 с. Обычно охлаждение гораздо сильнее улучшает время жизни, но в этом случае сжатие протонного пучка усиливает и однократное рассеяние на тонкой мишени, что частично компенсирует подавление многократного рассеяния.

Светимость, нормированная на ток пучка, остается практически постоянной во время спада тока протонного пучка, что демонстрирует постоянство размеров пучка. При электронном охлаждении светимость в пять-семь раз больше, чем без охлаждения. Это указывает на то, что радиус протонного пучка сжимается в процессе охлаждения с 20–25 до 4 мм.

Апертурные ограничения радиуса пучка составляют около 3 см, максимальный угол рассеяния $\Delta\theta = 4 \times 10^{-3}$ рад. Оценивая эффективную толщину мишени по времени жизни охлажденного пучка 330 с, из (59), (58) находим $n_t = 3,16 \times 10^{16} \text{ см}^{-2}$, что неплохо соответствует геометрической толщине мишени. При работе с

протонным пучком 20 МА светимость такой установки может достигать $5 \times 10^{33} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$.

Равновесие нагрева рассеянием на мишени и охлаждения определяется уравнением

$$\frac{d\theta^2}{dt} = -\frac{2n_e Z^2 r_e r_p c L_c l_c}{A^2 \gamma^5 \beta^3 \pi R} \frac{\theta^2}{(\theta^2 + \theta_e^2)^{3/2}} + \frac{4\sqrt{\pi} Z^2 Z_t^2 r_p^2 c L_t}{3A^2 \gamma^2 \beta^3 R} \frac{n_H a_d^3}{\beta_\perp \theta \Delta s}, \quad (61)$$

а равновесное значение углов — уравнением

$$\frac{\theta^3}{(\theta^2 + \theta_e^2)^{3/2}} = \frac{2\pi^{3/2} \gamma^3 Z_t^2 m L_t}{3M L_c} \frac{n_H a_d^3}{n_e l_c \beta_\perp \Delta s}. \quad (62)$$

Особенностью уравнения (62) является отсутствие равновесного значения для слишком большой эффективной толщины мишени, когда правая часть становится больше единицы:

$$n_{\text{thresh}} = \frac{n_H a_d^3}{\beta_\perp \Delta s} > n_e l_c \frac{3M L_c}{2\pi^{3/2} \gamma^3 Z_t^2 m L_t}. \quad (63)$$

Второй особенностью уравнения (62) является то, что при малых плотностях мишени видна важная роль эффективных электронных углов θ_e , так как установившиеся значения θ сильно от них зависят: $\theta \approx \theta_e (n_{10}/n_{\text{thresh}})^{1/3}$. В результате качество магнитных полей в охладителе во многом определяет светимость установки. Уменьшение θ_e приводит к пропорциональному уменьшению установившихся разбросов углов в ионном пучке, что практически всегда важно при проведении экспериментов.

5.4. Новые проекты

с использованием электронного охлаждения

Новые комплексы для тяжелоионных исследований сооружаются в Японии (RIKEN, проект MUSES) [29] и Китае (IMP, проект CSR) [30]. В этих центрах предполагается построить несколько накопителей с электронным охлаждением. Вначале первичный ионный пучок из инжектора, накопленный в одном из колец, будет сбрасываться на мишень, при этом будут рождаться короткоживущие ядра, находящиеся далеко от линии стабильности. Затем рожденные ядра будут захватываться во второй накопитель и после электронного охлаждения будут использоваться для исследования как мишени или для дальнейших экспериментов в качестве пучка. Планируемое в проекте MUSES создание электронного кольца позволит исследовать структуры уникальных ядер, вылетающих из мишени и имеющих время жизни хотя бы несколько секунд, достаточное для охлаждения и получения необходимой светимости в электрон-ионных столкновениях.

Проект FNAL по использованию электронного охлаждения для вторичного охлаждения антипротонов (после рабочего цикла) позволит заметно увеличить светимость протон-антипротонного коллайдера. С этой целью планируется использовать электронный ток порядка 1 А и энергией 5 МэВ [31]. Недавно завершённые во FNAL эксперименты с рекуперацией электронного тока 0,7 А в электростатическом ускорителе ПЕЛЕТРОН на энергии 1,5 МэВ показали принципиальную возмож-

ность получения необходимых параметров электронного пучка.

Проекты с использованием электронного охлаждения для более высоких энергий (вплоть до максимальных энергий пучков в Tevatron и HERA — около 1 ТэВ) обсуждаются, и теоретические работы в этом направлении регулярно появляются [32]. Однако на крупные вложения для реализации этих проектов пока никто не решается.

5.5. Ионные коллайдеры

с непрерывным электронным охлаждением

Новое поколение электрон-позитронных коллайдеров (B- и ϕ -фабрики), успешно заработавших во многих ускорительных центрах, возродил интерес к попыткам разработать нечто аналогичное для ионных коллайдеров с сильным непрерывным охлаждением ионного пучка. Сильное охлаждение позволяет накапливать интенсивные пучки редких ионов и подавлять разрушение ионного пучка из-за процессов рассеяния как внутри сгустков, так и на встречном пучке [33]. Встречный пучок может быть очень разнообразным: ионным, электронным, позитронным, с различными энергиями и поляризациями.

На примере симметричного ионного коллайдера покажем, как электронное охлаждение помогает повысить светимость установки. Светимость ионного коллайдера зависит от параметров пучков:

$$L = \frac{N}{4\pi\sigma_\perp^2} \frac{NV_0}{D_b}, \quad (64)$$

где σ_\perp — поперечный размер сгустков в месте встречи, N — число частиц в сгустке, V_0 — скорость движения сгустков, D_b — расстояние между сгустками.

Уменьшая эмиттанс пучков, охлаждение позволяет увеличивать светимость за счет уменьшения σ_\perp и увеличения N путем накопления новых порций частиц. При этом циклы по охлаждению и накоплению можно делать и не на полной энергии пучков, а там, где это удобно. Однако так называемые пучок-пучковые эффекты при столкновении слишком интенсивных пучков вызывают быстрое нарастание эмиттансов пучков.

Сила этого взаимодействия характеризуется параметром пространственного заряда

$$\xi = \frac{Nr_i}{4\pi\epsilon_n}, \quad (65)$$

где $\epsilon_n = \gamma\beta\sigma_\perp^2/\beta^*$ — нормализованный эмиттанс пучка, β^* — значение бета-функции в месте встречи. При этом светимость можно записать в виде

$$L = \xi \frac{\gamma\beta}{r_i\beta^*} \frac{Nv}{D_b}. \quad (66)$$

Для получения предельных светимостей требуется сильная фокусировка в месте встречи, уменьшающая β^* , и короткие интенсивные сгустки (длиной меньше β^*). Например, в электрон-позитронных коллайдерах на энергию 5 ГэВ при $\gamma = 10^4$, $\beta^* = 2$ см удается получить значение $\xi \approx 0,05$, и при средних токах пучков 1 А ($NV_0/D_b = 6 \times 10^{18} \text{ с}^{-1}$) светимость $L = 5 \times 10^{33} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$. Опыт показывает, что без охлаждения довольно трудно достичь даже значения $\xi \approx 0,005$. Сильное охлаждение означает, что за время охлаждения пучок совершает примерно 3×10^6 оборотов.

Для понимания масштаба явления в табл. 2 представлены основные параметры уран-уранового коллайдера на энергию пучков 15 ГэВ/нуклон. Данные о предельном значении светимости зависят от оптимизма в получении большого значения ξ .

Таблица 2. Параметры уран-уранового коллайдера с электронным охлаждением

Параметр	Значение
Энергия электронного пучка	30 МэВ
Импульсный ток электронного сгустка	0,3 А
Средний ток	4 мА
Длина участка охлаждения	13 м
Число частиц	3×10^8
Длина ионного сгустка	10 см
Нормализованный эмиттанс пучка	0,3–0,03 мм мрад
Параметр пространственного заряда ξ	0,005–0,05
Светимость	$10^{28} - 10^{29} \text{ см}^{-2} \text{ с}^{-1}$

В принципе, установки с электронными пучками, необходимыми для такого охлаждения, создаются в рамках работ по развитию лазеров на свободных электронах [34]. Однако электронное охлаждение весьма чувствительно к разбросу поперечных скоростей движения электронов на участке охлаждения. Использование сильного магнитного поля, как уже обсуждалось, помогает усилить охлаждение, но при этом, как правило, трудно обеспечить наличие магнитного поля вдоль всего тракта ускорения. Разработка оптических схем для высоковольтного охлаждения с продольным магнитным полем только в области источника электронов и на участке охлаждения — еще не исследованная задача.

Наиболее интересная научная проблема коллайдеров с электронным охлаждением — это найти пути борьбы с неустойчивостью в системе ионный пучок и охлаждающие электроны. Параметр пространственного заряда поля ионного сгустка (квадрат сдвига фазы колебаний электронов в поле ионного пучка), действующего на электроны, во много раз больше ион-ионного взаимодействия:

$$\xi_{ei} = (\omega_{ei}\tau)^2 = \frac{Nr_e l_{cool}^2}{\epsilon_n \gamma^2 \beta^2} = \xi \frac{4\pi l_{cool}^2}{\beta_{cool} \beta^* (\gamma\beta)^2} \frac{MA_i}{mZ_i}. \quad (67)$$

Для параметров коллайдера, приведенных в табл. 2, фактор усиления составляет $\xi_{ei} = 2,5 \times 10^4 \xi$, что соответствует $\xi_{ei} = 12-125$ при $\xi = 0,001-0,01$. Как показывают эксперименты, при $\xi_{ei} \approx 1$ возникают проблемы. Возможно, создание нескольких участков охлаждения с соответствующим уменьшением длины каждого из них окажется существенным для решения этих проблем. Однако устойчивость систем с большим числом участков охлаждения требует дополнительных исследований.

6. Заключение

Электронное охлаждение сегодня — это бурно развивающаяся область ускорительной науки и технологии. С середины 60-х годов, когда Г.И. Будкер высказал эту идею, создано много установок. Строящиеся в Японии и Китае установки с электронным охлаждением, несомненно, расширят возможности экспериментов с уникальными ядрами. Проект развития электронного охлажде-

ния для американского антипротонного комплекса во FNAL продвинет высоковольтную границу освоенных напряжений до энергии электронов 5 МэВ.

В заключение авторы выражают благодарность коллегам, участвовавшим с самых первых шагов в развитии электронного охлаждения: Я.С. Дербеневу, Н.С. Диканскому, В.И. Кононову, В.И. Куделайнену, И.Н. Мешкову, Д.В. Пестрикову, Р.А. Салимову, Б.Н. Сухине за их творческий вклад в эту область науки и ускорительной техники. Усилия большого коллектива Института ядерной физики СО РАН по развитию электронного охлаждения открыли мировому научному сообществу еще один инструмент познания природы.

Авторы выражают признательность Дагу Рейстаду (TSL, Uppsala) за возможность участия в экспериментах на CELSIUS и стимулирующие дискуссии, М. Штеку (GSI, Darmstadt) и Д. Мёлу (CERN) за полезные и интересные обсуждения проблем электронного охлаждения.

Список литературы

1. Коломенский А А, Лебедев А Н *Теория циклических ускорителей* (М.: Физматгиз, 1962)
2. Будкер Г И *Атомная энергия* **22** 346 (1967)
3. Дербенев Я С, Скринский А Н *Particle Acceleration* **8** 1 (1977)
4. Куделайнен В И, Мешков И Н, Салимов Р А *ЖТФ* **41** 2294 (1971)
5. Куделайнен В И и др. *ЖЭТФ* **50** 1411 (1976)
6. Будкер Г И и др. *IEEE Trans. Nucl. Sci.* **22** 2003 (1975)
7. Будкер Г И и др., в кн. *Труды 5-го Всесоюз. совещания по ускорителям заряженных частиц* (Дубна, 1976) Т. 1 (М.: Наука, 1977) с. 236
8. Будкер Г И и др. *Particle Acceleration* **7** 197 (1976)
9. Дербенев Я С, Скринский А Н *Физика плазмы* **4** 492 (1978); Derbenev Ya S, Skrinsky A N *Sov. Phys. Usp.* **21** 277 (1978)
10. Будкер Г И, Скринский А Н *УФН* **124** 561 (1978)
11. Диканский Н С и др., Препринт Института ядерной физики СО РАН (Новосибирск: ИЯФ СО РАН, 1987) с. 87
12. Parkhomchuk V V, Skrinsky A N *Rep. Prog. Phys.* **54** 921 (1991)
13. Parkhomchuk V V, Pestrikov D V *JETP* **50** 1411 (1981)
14. Steck M et al. *Phys. Rev. Lett.* **77** 3803 (1996)
15. Wei J et al., in *Proc. 31st Workshop of INFN Eloisatron Project* (Erice, Italy, 12–21 Nov. 1995) (Erice: World Scientific, 1995)
16. Schramm U et al., in *Workshop Electron Cooling 99* (Uppsala, Sweden, 1999); *Nucl. Instrum. Methods in Phys. Res. A* **441** 209 (2000)
17. Reistad D et al., in *Proc. Workshop on Beam Cooling and Related Topics* (Montreux, Switzerland, 4–8 Oct. 1993) (CERN (Series), 94-03, Ed. J Bosser) (Geneva: European Organization for Nuclear Research, 1994) p. 183
18. Anderson D et al., in *Proc. Workshop on Beam Cooling and Related Topics* (Montreux, Switzerland, 4–8 Oct. 1993) (CERN (Series), 94-03, Ed. J Bosser) (Geneva: European Organization for Nuclear Research, 1994) p. 377
19. Stein J et al., in *Medium Energy Electron Cooling Workshop* (Dubna, Russia, 15 Sept. 1998)
20. Bosser J et al., in *Workshop Electron Cooling 99* (Uppsala, Sweden, 1999); *Nucl. Instrum. Methods in Phys. Res. A* **441** 1 (2000)
21. Диканский Н С, Пестриков Д В *Физика интенсивных пучков в накопителях* (Новосибирск: Наука, 1989)
22. Parkhomchuk V V, Pestrikov D V, in *Proc. Workshop on Beam Cooling and Related Topics* (Montreux, Switzerland 4–8 Oct. 1993) (CERN (Series), 94-03, Ed. J Bosser) (Geneva: European Organization for Nuclear Research, 1994) p. 327
23. Parkhomchuk V V, *Recent Development in Electron Cooling and its Applications* APAC98 (Tsukuba, Japan, 1998) p. 462
24. Steck M et al., in *Proc. 6th EPAC98* (Stockholm, 1998)
25. Baird S et al. *Phys. Lett. B* **361** 184 (1995)
26. Wolf A et al., in *Workshop Electron Cooling 99* (Uppsala, Sweden, 1999) *Nucl. Instrum. Methods in Phys. Res. A* **441** 183 (2000)

27. "Highlights from three years of SIS/ESR operation at GSI" *Nuclear Physics News* **3** 14 (1993)
28. "Cooler Ring TARN-2" *Nuclear Physics News* **8** 31 (1998)
29. Tanabe T et al. *Nucl. Instrum. Methods in Phys. Res. A* **441** 104 (2000)
30. Rao Y *HIRFL-CSR Design Parameters* (CSR Division, Institute of Modern Physics, P.O. Box 31, Lanzhou, 730000, P.R. China, March 6, 2000)
31. Nagaitsev S et al. *Nucl. Instrum. Methods in Phys. Res. A* **441** 241 (2000)
32. Balevski K et al. *Nucl. Instrum. Methods in Phys. Res. A* **441** 274 (2000)
33. Skrinsky A N *Nucl. Instrum. Methods in Phys. Res. A* **441** 286 (2000)
34. Vinokurov N A et al., in *Second Asian Symp. on Free Electron Laser* (Novosibirsk, Russia, 1995) p. 39

Electron cooling: 35 years of development

V V Parkhomchuk

*Nuclear Physics Institute, Russian Academy of Sciences, Siberian Division
prosp. ak. Lavrent'eva 11, 630090 Novosibirsk, Russian Federation
Tel. (7-3832) 39-44 61
Fax (7-3832) 34-21 63
E-mail: parkhomchuk@inp.nsk.su*

A N Skrinskii

*Russian Academy of Sciences, Nuclear Physics Division
Leninskii prosp. 32a, 117993 Moscow, Russian Federation
Tel. (7-095) 938-07 53
Fax (7-095) 938-54 24
E-mail: skrinsky@inp.nsk.su*

The electron cooling technique for shrinking ion beams of extremely high phase space density was proposed and first used at the Nuclear Physics Institute of the Russian Academy of Sciences Siberian Division. The present review traces the history of the development of the idea from its first emergence in 1965 and the discussion of G I Budker's talk at the Symposium on electron- positron rings in Saclay in September 1966 — through 35 years of research — down to the present time, with numerous applications in many acceleration centres around the world.

PACS numbers: 29.20.Dh, 29.27.Bd

Bibliography — 34 references

Received 13 February 2000