

Министерство образования
Российской Федерации
Новосибирский государственный университет
Физический факультет
Кафедра физики плазмы

Квалификационная работа на соискание степени магистра

СИСТЕМА ПОДГОТОВКИ ПУЧКА
ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТА ПО КИЛЬВАТЕРНОМУ
УСКОРЕНИЮ

Петренко Алексей Васильевич

Научные руководители:

к. ф.-м. н. Лотов
Константин Владимирович,

к. ф.-м. н. Логачев Павел
Владимирович

Новосибирск – 2004

Содержание

Аннотация.....	3
1. Введение.....	4
2. Проект эксперимента.....	7
2. 1. Предварительные оценки.....	7
2. 2. Моделирование электронно-оптической системы.....	10
2. 3. Моделирование кильватерного ускорения.....	13
3. Заключение.....	14
Литература.....	15
Приложение 1.....	16
Приложение 2.....	16

Аннотация

Релятивистские пучки инжекционного комплекса ВЭПП-5 (Институт ядерной физики им. Г. И. Будкера СО РАН) могут быть использованы для создания плазменных волн с амплитудой продольного электрического поля масштаба 1 ГэВ/м. Главное достоинство проекта по сравнению с уже проводившимися экспериментами по кильватерному ускорению — это система подготовки пучка. Она позволяет продольно сжимать сгусток частиц вплоть до размера $\sigma_z = 0,1$ мм. Кроме того, имеется возможность формировать оптимальный продольный профиль плотности пучка. Основные характеристики планируемой установки: энергия электронов до входа в плазму — 510 МэВ, число частиц в сгустке — до $5 \cdot 10^{10}$ e^- , плотность плазмы — $10^{14} \div 10^{16}$ $см^{-3}$, число ускоренных частиц — до 10^{10} , их энергетический разброс ≈ 15 %. Приводится расчет параметров электронно-оптической системы эксперимента и результаты компьютерного моделирования взаимодействия пучка с плазмой.

1. Введение

Допустимые электрические поля в металлических ускоряющих структурах ограничены величиной порядка 100 МВ/м [1,2]. Дальнейшее повышение темпа набора энергии сталкивается с проблемой пробоя внутри ВЧ-структуры. В связи с достижением предела возможностей традиционных схем в последнее время растет интерес к коллективным методам ускорения, и, в частности, к плазменному кильватерному ускорению [3–5]. Технологии, о которых пойдет речь в данной работе, способны обеспечить ускорение значительного числа заряженных частиц электрическим полем масштаба нескольких ГВ/м на протяжении многих метров и, таким образом, могут рассматриваться в качестве альтернативы традиционным ВЧ-системам в физике высоких энергий.

Электрическое поле, пригодное для ускорения заряженных частиц, возникает в плазме после прохождения релятивистского сгустка (драйвера), расталкивающего электроны на своем пути (рис. 1). Неподвижные ионы создают возвращающую силу, вследствие чего смещенные электроны начинают колебаться — возбуждается ленгмюровская волна большой амплитуды. Распределение электронной плотности позади релятивистского сгустка таково, что кроме продольного поля создается еще и фокусирующее электромагнитное поле, способное удерживать частицы в удобной для ускорения фазе волны. С точки зрения пучка кильватерная волна неподвижна, поэтому ультрарелятивистские частицы, помещенные позади драйвера, находятся все время в одной фазе волны и, следовательно, могут длительное время ускоряться.

В плазме плотности n_i можно создать электрическое поле с амплитудой порядка [5]

$$E_0 = \frac{mc\omega_p}{e} = \sqrt{4\pi n_i mc^2},$$

где $\omega_p = \sqrt{4\pi n_i e^2 / m}$ — плазменная частота, m — масса электрона, c — скорость света, e — элементарный заряд. Например, $n_i = 10^{15} \text{ см}^{-3}$ соответствует $E_0 = 3 \text{ ГВ/м}$. При этом кильватерные поля экранируются на поперечном размере масштаба плазменной длины волны, и электрическое поле на стенках камеры остается не выше, чем это нужно для генерации плазмы.

Чтобы получить электрическое поле порядка E_0 , необходим либо один очень плотный пучок частиц, либо последовательность из N сгустков с пиковым током $I_b \sim (4 \text{ кА})/N$ [6]. Такую конфигурацию электронной плотности можно получить, вырезав лишние части из длинного пучка.

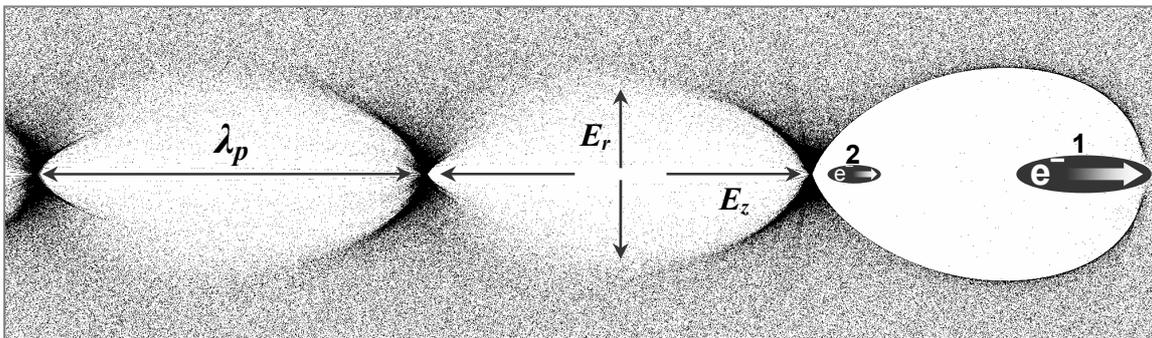


Рис. 1. Идея кильватерного ускорения. 1 — ведущий сгусток (драйвер), 2 — ускоряемый сгусток (витнесс), черными точками обозначены плазменные электроны. Сгустки движутся слева направо. На рисунке показана характерная структура кильватерной волны, образующейся за электронным сгустком, плотность которого намного больше плотности плазмы (blowout-режим)

Если плотность пучка превосходит плотность плазмы, то реализуется сильно нелинейный (blowout) режим [7, 8], при котором все плазменные электроны полностью вытесняются полем пучка из некоторой области (рис. 1). При правильном подборе формы и тока ускоряющего и ускоряемого пучков [9] в этом режиме возможно одновременно достичь высокой эффективности обмена энергии между пучками, большого числа ускоренных частиц, малого энергетического разброса и высокого темпа набора энергии, необходимого для минимизации эмиттанса ускоряемого сгустка [10].

В настоящее время кильватерное ускорение находится в стадии пробных экспериментов, направленных на демонстрацию состоятельности метода. Пока этим способом удалось добавить по 170 МэВ небольшому числу электронов из хвоста пучка, движущегося в плазме длиной 1,4 м [11].

В первых экспериментах по кильватерному ускорению были подробно измерены колебания электрического поля в линейной и слабо нелинейной ленгмюровской волне [12, 13], продемонстрирован эффект «плазменной линзы» [14], изучены фокусировка и ускорение короткой последовательности сгустков [15, 16], а также исследовано взаимодействие с плазмой длинной последовательности электронных сгустков [17]. В последнее время опубликованы результаты экспериментов в Стенфорде [11, 18–20], Аргоннской лаборатории [21] и в Брукхевенской лаборатории [22].

Проведенные эксперименты убедительно продемонстрировали принципиальную возможность кильватерного ускорения и правильность теоретических представлений о возбуждении пучком плазменной волны. Однако достигнутые в них абсолютные параметры (темп ускорения, набор энергии, число ускоренных частиц, энергетический разброс) были весьма скромными и недостаточными для убедительной демонстрации осуществимости линейного коллаидера с плазменными ускоряющими структурами. Причина тому — небольшие токи используемых пучков и невозможность управления их профилем. Кроме того, за время пролета через плазму электроны теряли или приобретали незначительную долю своей начальной энергии, что не позволило исследовать эффекты, связанные с истощением драйвера.

В Институте ядерной физики СО РАН ведутся работы по созданию установки, использующей электронные и позитронные пучки инжекционного комплекса ВЭПП-5 для экспериментов по кильватерному ускорению (рис. 2). Проектируемая установка открывает ряд новых возможностей для исследования кильватерного ускорения, в том числе:

- возможность достижения больших пиковых токов пучка за счет его продольного сжатия,
- возможность задания произвольного профиля плотности пучка,
- возможность длительного взаимодействия пучка с плазмой, вплоть до разрушения ускоряющей части сгустка,
- возможность прецизионной диагностики энергетического спектра ускоренных частиц,
- возможность работы с позитронным пучком.

Как следствие, экспериментально могут быть продемонстрированы и исследованы все основные режимы кильватерного ускорения, в том числе:

- эффективный режим с малым энергетическим разбросом, высоким КПД и большим темпом ускорения [9],
- многосгустковый режим с небольшим числом ускоренных частиц, но с рекордными темпом ускорения и набором энергии [23,24],
- неустойчивость и самоорганизация длинного электронного сгустка [25],
- различные режимы плазменной линзы [26].

Данная работа посвящена наиболее важной части проекта — системе подготовки пучка перед плазмой.

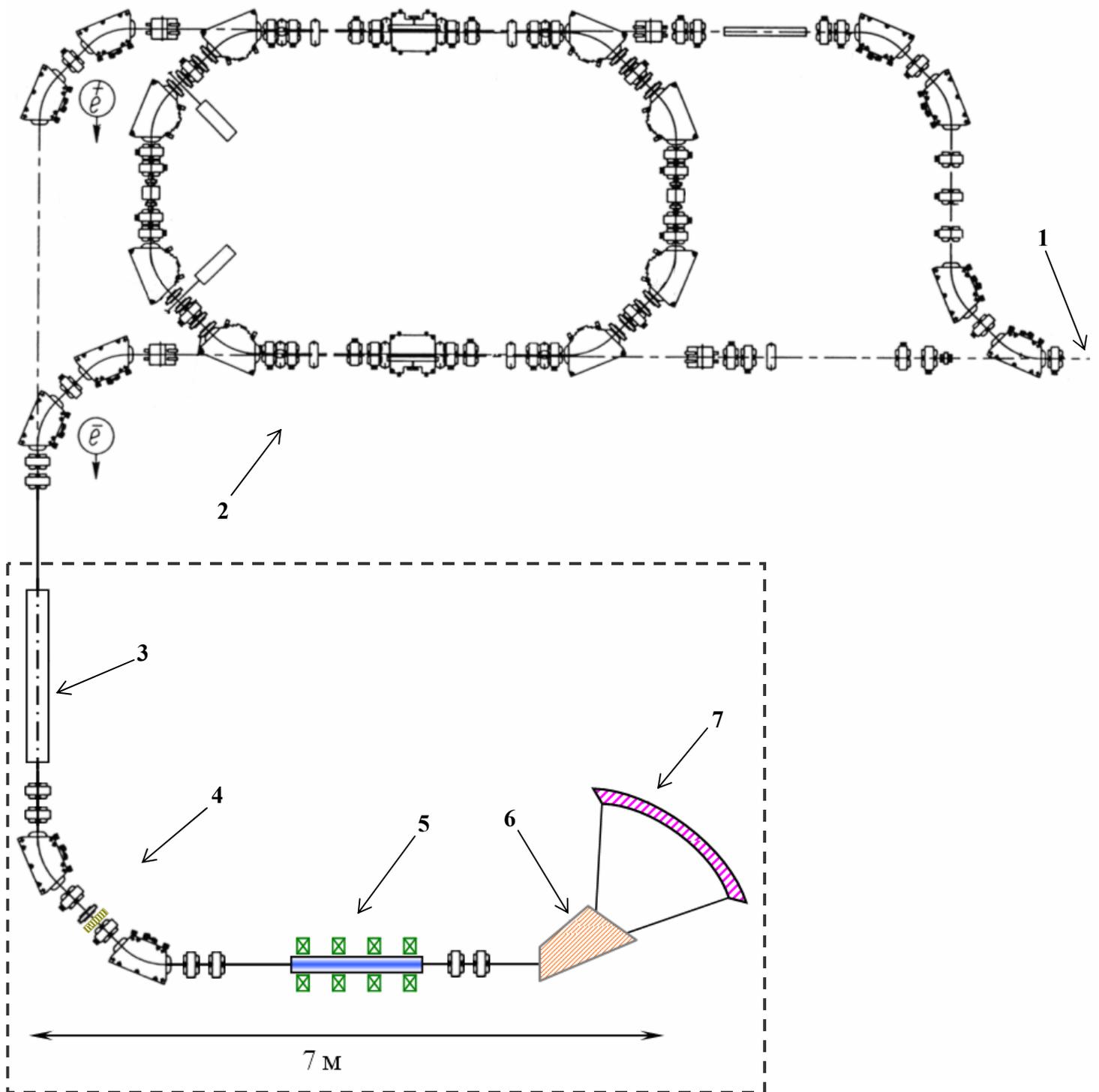


Рис. 2. Общая схема эксперимента по кильватерному ускорению на инжекционном комплексе ВЭПП-5. Планируемая установка обведена рамкой. 1 — выпускной канал линейного ускорителя на 510 МэВ, 2 — циклический накопитель-охладитель электронов, 3 — ускоряющая структура, необходимая для придания регулярного энергетического разброса пучку, 4 — электронно-оптическая система подготовки пучка, 5 — плазменная секция, 6 — магнит анализатора энергетического спектра частиц, прошедших сквозь плазму, 7 — детекторы спектрометра

2. Проект эксперимента

Инжекционный комплекс ВЭПП-5 строится в Институте ядерной физики для обеспечения электронами и позитронами накопителей ВЭПП-4 и ВЭПП-2000 [27]. Параметры электронного пучка на выходе комплекса ожидаются следующие:

энергия (W_0) — 510 МэВ,
число частиц — $(2 \div 5) \cdot 10^{10}$,
длина (σ_z) — 4 мм,
поперечные размеры (σ_x, σ_y) — $1,5 \times 0,03$ мм,
x-эмиттанс — $2,3 \cdot 10^{-3}$ мрад·см,
y-эмиттанс — $0,5 \cdot 10^{-3}$ мрад·см,
энергетический разброс ($\delta W/W_0$) — 0,051 %.

Если электронный сгусток с такими параметрами инжектировать в плазму, электрическое поле кильватерной волны будет невелико, порядка 10 МВ/м. Для эффективного взаимодействия с плазмой пучок инжекционного комплекса необходимо продольно сжать в несколько раз и разделить на две части: ведущую и ускоряемую.

2. 1. Предварительные оценки

Необходимые манипуляции производятся с пучком в повороте из двух магнитов («электронно-оптическая система» на рис. 2). Перед этим пучок пролетает ускоряющую структуру в нулевой фазе электрического поля для того, чтобы энергия частиц стала линейно связана с их продольным положением: хвостовые электроны замедляются, а головные ускоряются на несколько процентов от средней энергии

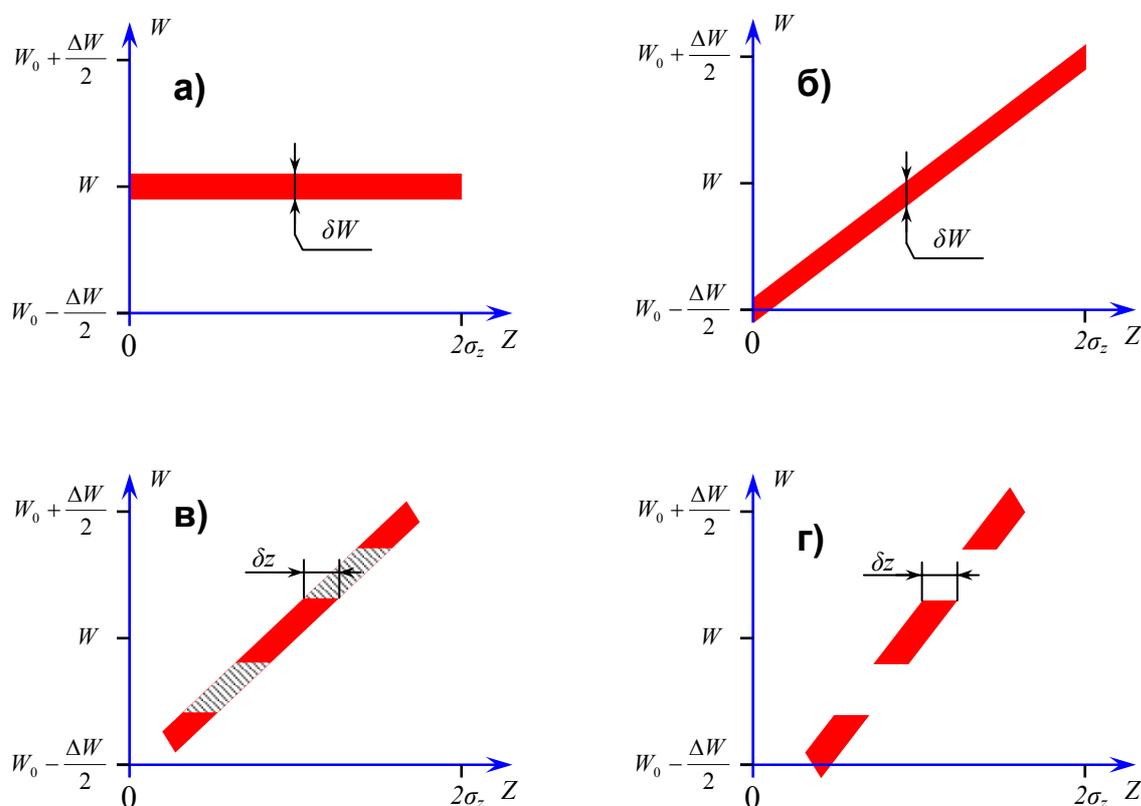


Рис. 3. Энергия частиц в зависимости от их положения в пучке: а) на выходе инжекционного комплекса (на самом деле линия в 6 раз тоньше), б) после ускоряющей структуры, в) в коллиматоре, г) на входе в плазму.

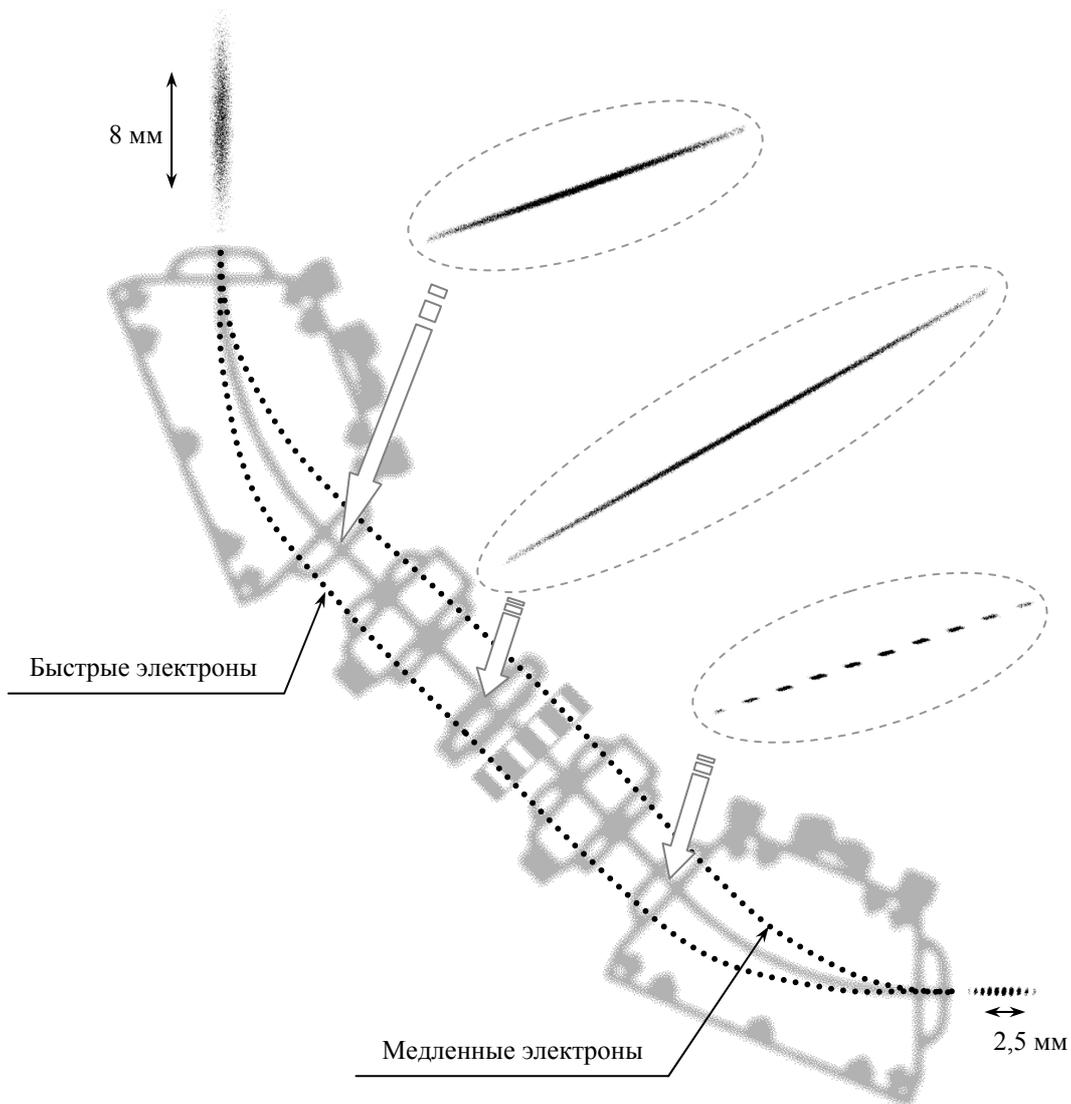


Рис. 4. Идея сжатия и модуляции профиля релятивистского пучка.

Изображения пучков получены в результате численного моделирования и показаны здесь в правильном масштабе относительно друг друга. Разброс энергий, полученный в ускоряющей структуре — 3,25 %; исходная длина сгустка ($2\sigma_z$) — 8 мм

(рис. 3 а, б). Благодаря регулярному энергетическому разбросу электроны из разных частей сгустка летят в магнитном поле по существенно отличающимся траекториям (рис. 4). Частицы из хвоста пучка имеют меньшую энергию и сильнее отклоняются в магнитном поле, чем головные частицы. Разность пути электронов в повороте дает возможность управлять длиной сгустка (рис 5). Кроме того, между магнитами в промежутке с постоянной дисперсией установлен коллиматор (набор металлических пластин). Он вырезает из пучка заданные части (рис. 3 в), что в итоге приводит к его модуляции. Таким образом, можно получить последовательность коротких и плотных сгустков, интересных с точки зрения кильватерного ускорения.

Минимальная длина, до которой можно сжать пучок с помощью такой системы, определяется случайным разбросом энергий, который имеют частицы. Чем больше разница энергий ΔW электронов из хвоста и головы сгустка по сравнению с хаотическим разбросом энергий δW , тем лучше точность приготовления пучка. Эта величина (рис. 3 в, г) по порядку величины равна

$$\delta z = \frac{\delta W}{\Delta W} \cdot 2\sigma_z \approx \frac{0,05\%}{5\%} \cdot 8 \text{ мм} \sim 0,1 \text{ мм},$$

поскольку одной ускоряющей структуры достаточно, чтобы придать пучку регулярный разброс энергий $\Delta W/W \leq 5\%$.

Максимальное электрическое поле в структуре равно 17 МВ/м (50 МВ/3 м), длина волны ВЧ $\lambda=10$ см. Следовательно,

$$\begin{aligned} \Delta E &= (50 \text{ МэВ}) \cdot 2 \sin(\varphi + \Delta\varphi) = \\ &= (50 \text{ МэВ}) \cdot 2 \sin(0 + 2\pi \cdot \sigma_z / \lambda) \approx \\ &\approx (50 \text{ МэВ}) \cdot 2 \sin\left(2\pi \frac{0,4 \text{ см}}{10 \text{ см}}\right) \approx 25 \text{ МэВ}. \end{aligned}$$

$$\frac{\Delta E}{E_0} \approx \frac{25 \text{ МэВ}}{510 \text{ МэВ}} \cdot 100 \% \approx 4,9 \%$$

Причем эту цифру легко изменять от 4,9% до нуля, подстраивая амплитуду ускоряющего поля. Минимальный размер сгустка

$$\delta x = \frac{\delta E}{\Delta E} \cdot 2\sigma_z \approx \frac{0,05}{4,9} \cdot 8 \text{ мм} \sim 0,1 \text{ мм}.$$

Это и есть точность, с которой можно задавать профиль плотности пучка.

Для более точного определения параметров системы было проведено численное моделирование, результаты которого представлены в следующем разделе.

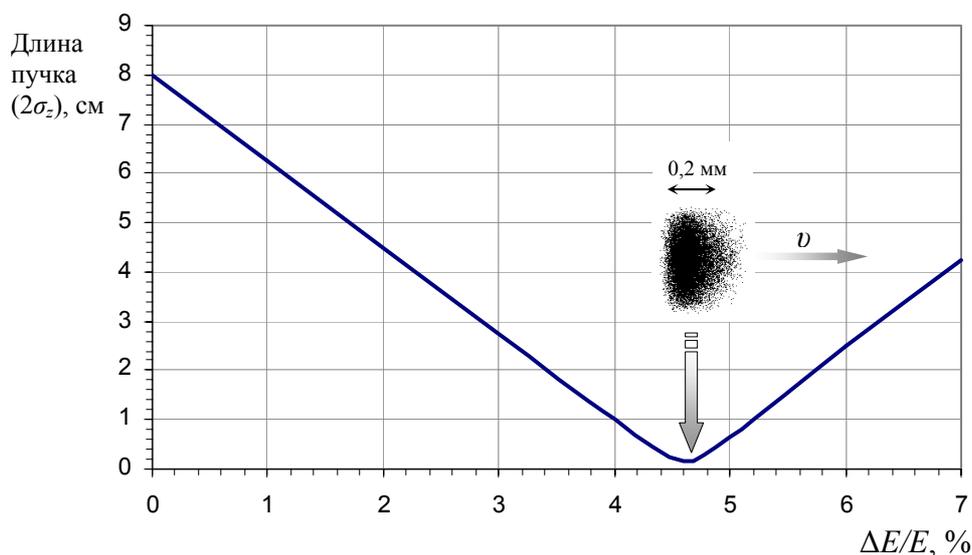


Рис. 5. Продольный размер пучка в зависимости от разброса энергии, полученного в ускоряющей структуре. Как видно из этого графика, минимальный размер сгустка — 0,2 мм; максимальный ток пучка при этом равен 5 кА (если число частиц — $2 \cdot 10^{10}$). Растущая ветвь — наиболее выгодный для работы участок этой кривой, здесь легко регулировать размер электронного сгустка, сохраняя хорошую точность его модуляции

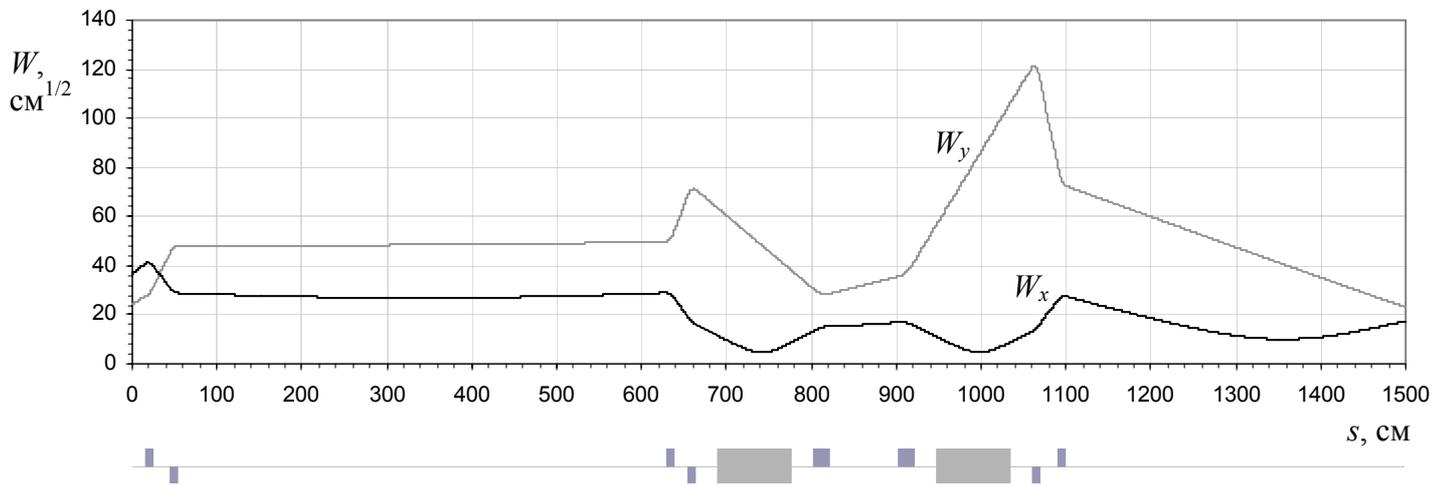


Рис. 6. Оптические функции установки от накопителя-охладителя до конца плазмы. Маленькими прямоугольниками обозначены квадрупольные линзы, большими — поворотные магниты

2. 2. Моделирование электронно-оптической системы

Во время работы над проектом было написано две программы: одна для расчета оптических функций системы (см. Приложение 1), другая для моделирования движения частиц через магниты и линзы (см. Приложение 2). Рис. 6 — результат работы первой программы, численно решающей уравнения на W -функции по схеме Рунге-Кутты четвертого порядка.

W -функции электронно-оптической системы определяют поперечный размер пучка, связанный с угловым разбросом частиц.

$$\sigma_x = W_x \sqrt{\varepsilon_x} \text{ — горизонтальный размер,}$$

$$\sigma_y = W_y \sqrt{\varepsilon_y} \text{ — вертикальный размер пучка (перпендикулярно плоскости}$$

рис. 4). Здесь ε_x , ε_y — горизонтальный и вертикальный эмиттансы пучка. В 90-градусном повороте к σ_x прибавляется дисперсионный размер пучка, который намного больше, чем $W_x \sqrt{\varepsilon_x}$.

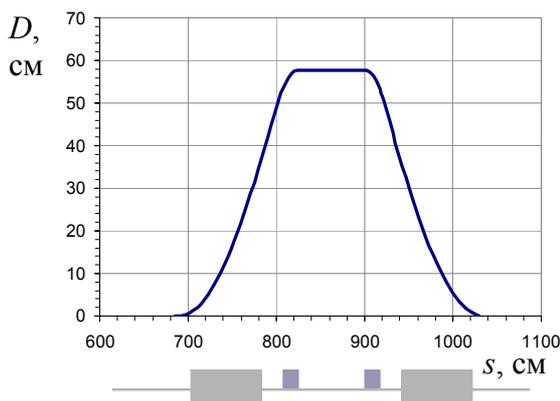


Рис. 7. Дисперсионная функция в 90-градусном повороте. Такая форма кривой очень удобна, так как не ограничивает положение секступоля и коллиматора. Их можно ставить в промежутке между двумя линзами

Граничные условия на выходе накопителя-охладителя были взяты из технического описания канала транспортировки K500, соединяющего инжекционный комплекс ВЭПП-5 с потребителями его электронов и позитронов.

Параметры линз, стоящих перед ускоряющей структурой, подобраны так, чтобы пучок имел небольшой поперечный размер во время прохождения структуры. После нее стоит еще пара линз, которые фокусируют электроны и придают пучку форму длинной иглы в месте расположения коллиматора (см. рис. 4). Это обеспечивает минимальную погрешность нарезки сгустка на части, определяемую теперь только случайным энергетическим разбросом, установившимся в накопителе-охладителе. Две линзы между магнитами нужны для правильного поведения дисперсионной функции (рис. 7). Последний на рисунке 6 дублет фокусирует пучок в плазму.

Вторая программа (см. Приложение 2) осуществляет прогонку большого числа пробных частиц через поля магнитов и линз. Нас в основном интересовало, как правильно сфокусировать пучок в месте расположения коллиматора и насколько сильны нелинейные эффекты, вызванные большим (до 5 %) энергетическим разбросом электронов. После изучения этих вопросов были сделаны следующие выводы:

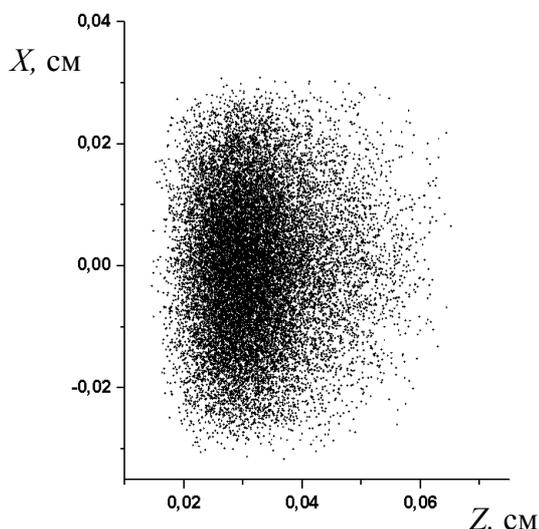


Рис. 8. Пучок, сжатый в продольном направлении до минимума (электроны летят слева направо). $\Delta E/E = 4,56\%$

1. Минимальный размер, до которого можно сжать весь сгусток частиц $\approx 0,2$ мм.
2. Погрешность модуляции плотности пучка (размытие границ сгустков) $\approx 0,1$ мм.
3. Между магнитами в промежутке с постоянной дисперсией необходимо ставить секступоль ($S = -63$ Гс/см² длина = 20 см). Иначе перед плазмой пучок будет выгнут дугой.

На рис. 8 изображен электронный сгусток, продольно сжатый до минимума. В этом случае хорошо видна основная особенность, вызванная нелинейными эффектами, — хвост пучка сжимается немного сильнее, чем голова.

На Рис. 9, 10 показаны другие варианты пучков, которые можно приготовить с помощью нашей установки.

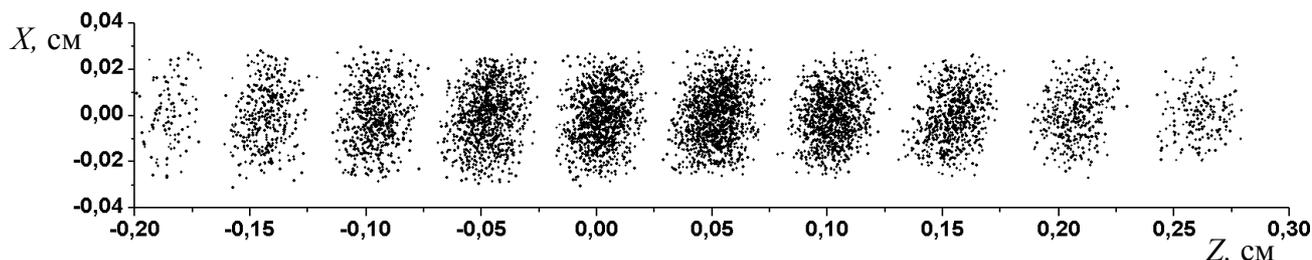


Рис. 9. Пучок продольно сжат до размеров $2\sigma_z = 2,2$ мм и разрезан на много частей. Разброс энергий после ускоряющей структуры $\Delta E/E = 3,25\%$

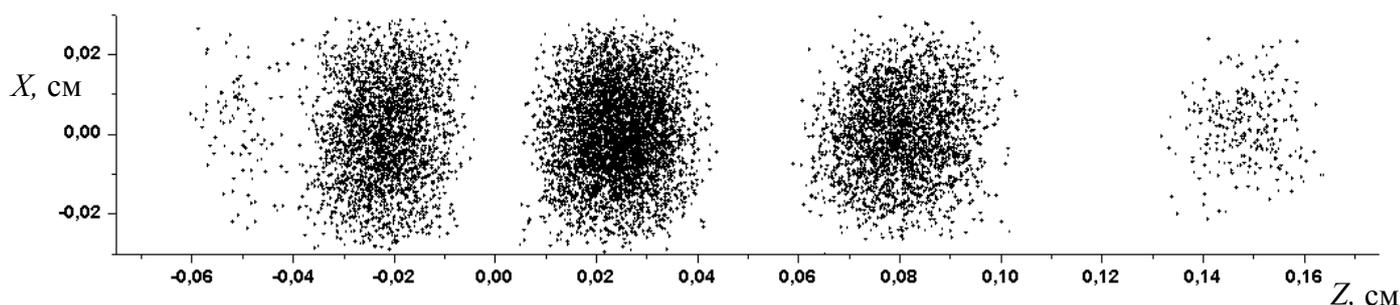


Рис. 10. Пучок продольно сжат до размера $2\sigma_z = 1$ мм. Разброс энергий после ускоряющей структуры $\Delta E = 4\%$

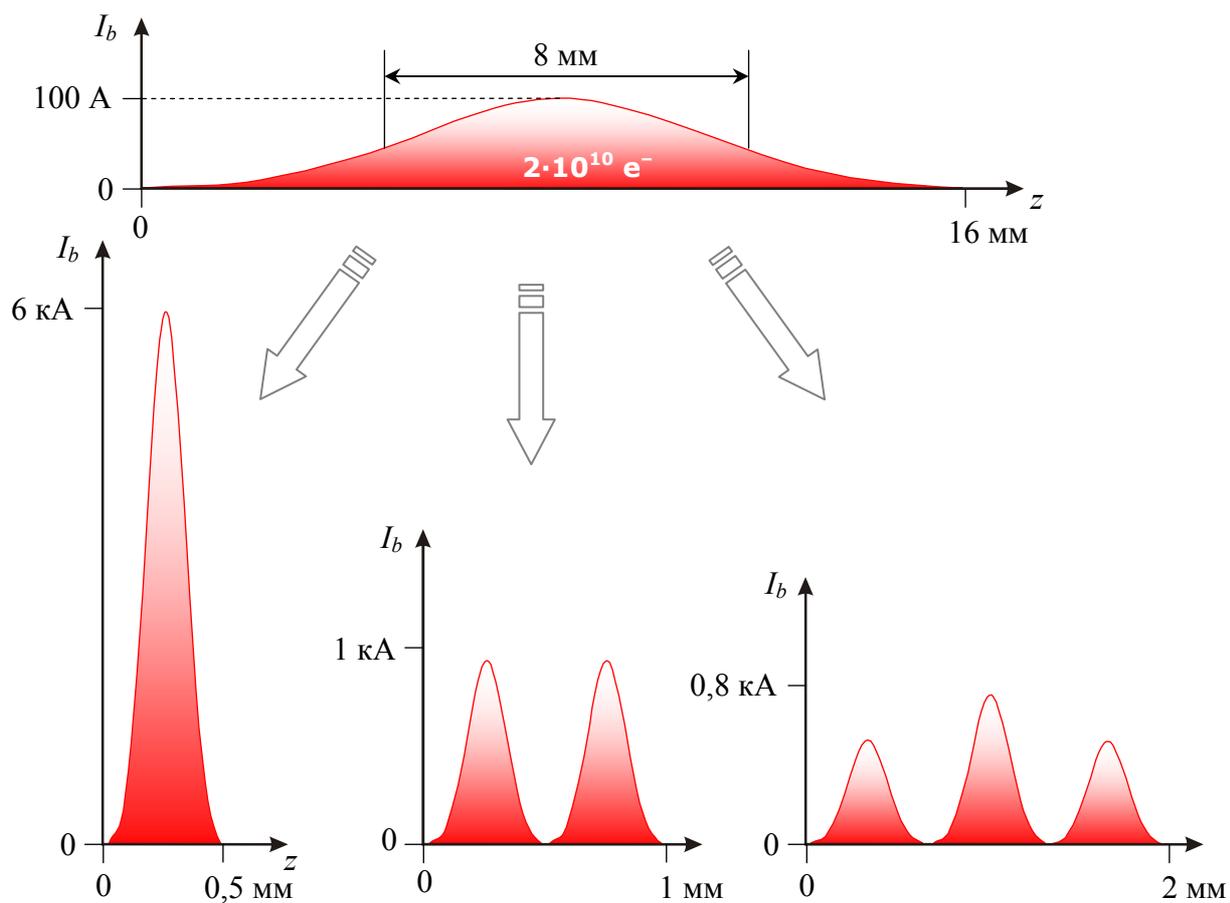


Рис. 11. Сжатие и модуляция профиля тока пучка. Сверху показан исходный профиль, снизу — возможные результаты его преобразования

Таким образом, исходный электронный пучок длиной 8 мм с пиковым током 100 А можно преобразовать, например, в один плотный сгусток с током 6 кА, либо в два менее плотных сгустка ($I_{\text{пучка}} \approx 1$ кА), либо в три еще менее плотных и т. д. При этом, размер отдельного микросгустка всегда будет $\geq 0,2$ мм.

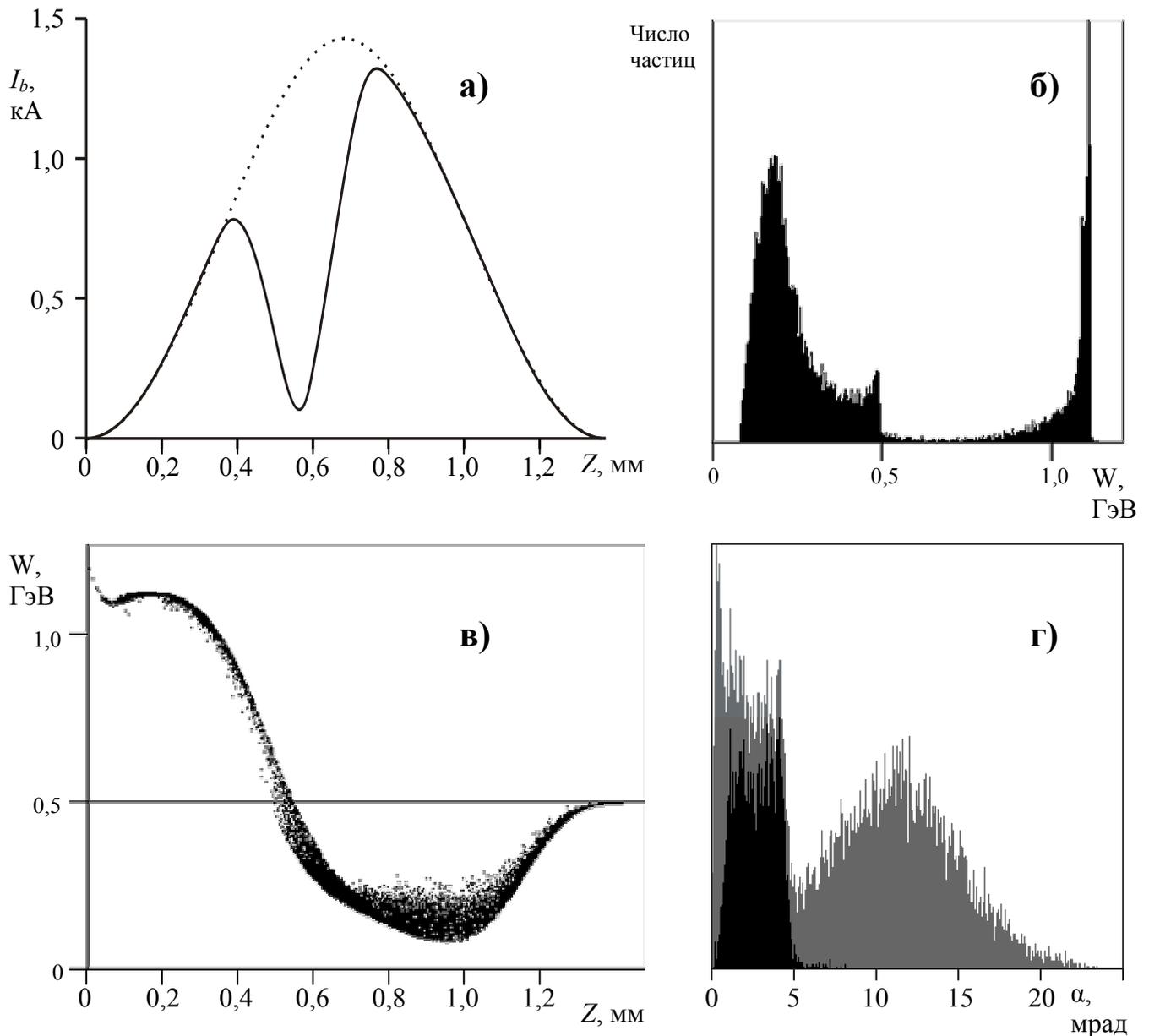


Рис. 12. Моделирование эффективного режима: а) распределение тока пучка по длине перед входом в плазму (штриховая линия показывает профиль тока в отсутствие коллиматора), б) конечный энергетический спектр пучка, в) изображение пучка на плоскости «энергия–продольная координата» на выходе из плазмы, г) угловое распределение пучка на выходе из плазмы (более темным показаны ускоренные частицы)

2. 3. Моделирование кильватерного ускорения

Проектируемая установка позволит работать с различными конфигурациями и токами пучков, а также менять плотность плазмы в широких пределах. Кроме собственно кильватерного ускорения с электронными и позитронными драйверами могут быть исследованы неустойчивость и самоорганизация длинных пучков, различные режимы плазменной линзы, а также динамика неоднородно нагретой плазмы, остающейся после прохождения пучка.

В качестве примера мы приведем здесь результаты моделирования эксперимента по демонстрации эффективного режима кильватерного ускорения [9]. В этом случае используется сильно сжатый электронный пучок, разделенный на две части (рис. 12 а).

Для исследования динамики пучка и плазмы использовалось численное моделирование с помощью программы LCODE [23, 31, 32].

Подбором степени сжатия исходного пучка, положения модулирующих пластин коллиматора, плотности и длины плазмы были найдены оптимальные параметры, одновременно обеспечивающие большой набор энергии при максимальном количестве ускоренных частиц и малом энергетическом разбросе. На рис. 12 показан результат оптимизации. Пучок с «двугорбым» профилем тока (рис. 12 а), сфокусированный до радиуса 26 мкм, после прохождения 95 см плазмы с плотностью $1,7 \cdot 10^{15} \text{ см}^{-3}$ существенно изменяет свой энергетический спектр (рис. 12 б, в). Передняя часть пучка (10^{10} частиц) отдает 54% своей энергии плазме и тормозится, в среднем, с 510 МэВ до 240 МэВ. Задняя часть пучка ($3,3 \cdot 10^9$ частиц) снимает большую часть энергии кильватерной волны (63%) и ускоряется с 510 МэВ до 1.1 ГэВ, что соответствует КПД передачи энергии от сгустка к сгустку 34% и темпу ускорения 600 МэВ/м. Конечный энергетический разброс ускоренных частиц составляет 9% (рис. 12 б), угловой разброс — менее $0,3^\circ$ (рис. 12 г). Энергетическое распределение в пучке с такими параметрами можно будет померить спектрометром на основе дипольного магнита.

3. Заключение

В ходе работы над проектом эксперимента по кильватерному ускорению на инжекционном комплексе ВЭПП-5 разработана электронно-оптическая система, способная сжимать и модулировать продольный профиль тока релятивистского пучка с точностью $\sim 0,1$ мм. Написаны компьютерные программы, используемые в настоящее время для конструирования установки.

Литература

- [1] Sessler A.M. // Phys. Fluids B 1990. V. 2. P.1325.
- [2] Adolphsen C. // Proc. IEEE Part. Accel. Conf., Portland, 2003. V. 1. P. 668.
- [3] Tajima T., Dawson J. M. // Phys. Rev. Lett. 1979. V. 43. P. 267.
- [4] Chen P., Dawson J. M., Huff R. W., Katsouleas T. // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 693; *ibid.* V. 55. P. 1537.
- [5] Esarey E., Sprangle P., Krall J., Ting A. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1996. V. 24. P. 252.
- [6] Kudryavtsev A. M., Lotov K.V., Skrinky A.N. // Nuclear Instr. Meth. A 1998. V. 410. P. 388.
- [7] Rosenzweig J.B., Breizman B., Katsouleas T., Su J.J. // Phys. Rev. A 1991. V. 44. P. 6189.
- [8] Lotov K.V. // Phys. Rev. E 2004. V. 69. P. ??????
- [9] Lotov K.V. // *Efficient regime of the plasma wakefield accelerator*, submitted to Phys.Rev.Lett.
- [10] Skrinky A.N. // AIP Conf. Proc. 396, New modes of particle acceleration — techniques and sources. N.Y., 1997. P. 41.
- [11] Joshi C., Blue B., Clayton C. E. et al. // Phys. Plasmas 2002. V.9. P. 1845.
- [12] Rosenzweig J. B., Cline D. B., Cole B. et al. // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61. P. 98.
- [13] Rosenzweig J. B., Schoessow P., Cole B. et al. // Phys. Rev. A 1989. V. 39. P. 1586.
- [14] Rosenzweig J. B., Schoessow P., Cole B. et al. // Phys. Fluids B 1990. V. 2. P. 1376.
- [15] Nakajima K., Enomoto A., Kobayashi H. et al. // Nucl. Instr. Meth. A 1990. V. 292. P. 12.
- [16] Ogata A. // AIP Conf. Proc. 279, Advanced Accelerator Concepts. N.Y., 1993. P. 420.
- [17] Березин А. К., Файнберг Я. Б., Киселев В. А. и др. // Физика плазмы. 1994. Т. 20. С. 663.
- [18] Hogan M. J., Assmann R., Decker F.-J. et al. // Phys. Plasmas 2000. V. 7. P. 2241.
- [19] Ng J. S. T., Chen P., Baldi H. et al. // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. P. 244801.
- [20] Clayton C. E., Blue B. E., Dodd E. S., et al. // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88. P. 154801.
- [21] Barov N., Rosenzweig J. B., Conde M. E., Gai W., Power J. G. // Phys. Rev. ST Accel. Beams 2000. V. 3. P. 011301.
- [22] Yakimenko V., Pogorelsky I.V., Pavlishin I.V. et al. // Phys. Rev. Lett. 2003. V.91. P. 014802.
- [23] Lotov K. V. // Phys. Plasmas 1998. V. 5. P. 785.
- [24] Lotov K. V. // Nucl. Instr. Methods A 1998. V. 410. P. 461.
- [25] Lotov K.V. // Proc. 6th European Particle Accelerator Conference, Stockholm, 1998. P. 806.
- [26] Katsouleas T., Su J.J., Mori W.B., Dawson J.M. // Phys. Fluids B 1990. V. 2. P. 1384.
- [27] Avilov M. S., Akimov V. E., Antoshin A. V. et al. // Proc. 21-st Intern. LINAC Conf., 2002, Gyeongju. P. 299.
- [28] Burdakov A.V., Lebedev S.V., Mekler K.I. et al. // Proc. XXI Intern. Conf. on Phen. in Ioniz. Gases, Bochum, 1993. V.1. P.139.
- [29] Akentjev R.Yu., Arzhannikov A.V., Astrelin V.T. et al. // Trans. Fusion Technol. 2003. V.43. P. 30.
- [30] Breizman B.N., Chebotaev P.Z., Kudryavtsev A.M., Lotov K.V., Skrinky A.N. // AIP Conf. Proc. 396, New modes of particle acceleration — techniques and sources. N.Y., 1997. P. 75.
- [31] Lotov K. V. // Phys. Rev. ST Accel. Beams 2003. V. 6. P. 061301.
- [32] Программа LCODE и ее описание доступны по адресу <http://www.inp.nsk.su/~lotov/lcode>.

Приложение 1

Программа для расчета оптических функций:

<http://www.nsu.ru/personal/petrenko/PWFAProject/Optics.zip>

Численно решаются уравнения на оптические функции:

$$\begin{aligned}W_x'' + k_x W &= 0, \\W_z'' + k_z W &= 0, \\D_x'' + k_x D &= 1/r.\end{aligned}$$

Использована схема Рунге-Кутты четвертого порядка.

Приложение 2

Программа для моделирования движения частиц через линзы и магниты:

<http://www.nsu.ru/personal/petrenko/PWFAProject/Particles.zip>

Решается система уравнений для движения релятивистской частицы с параметрами e , \vec{p} , m во внешних полях \vec{E} , \vec{B} :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d\vec{p}}{dt} = e\vec{E} + e\frac{\vec{V} \times \vec{B}}{c} \\ \vec{p} = \gamma m \vec{V} \\ \frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{V} \end{array} \right.$$

Структура разностной схемы следующая.

– Внутренняя система единиц разностной схемы: безразмерная. Пусть Δt -

временной шаг разностной схемы, тогда $x_{\text{внутр}} = \frac{x_{\text{CGSE}}}{c\Delta t}$, $p_{\text{внутр}} = \frac{p_{\text{CGSE}}}{mc}$,

$$E_{\text{внутр}} = \frac{E_{\text{CGSE}} e}{mc} \Delta t, H_{\text{внутр}} = \frac{H_{\text{CGSE}} e}{mc} \Delta t, t_{\text{внутр}} = \frac{t}{\Delta t}.$$

– В начальный момент времени задаются импульсы p_x , p_y , p_z и декартовы координаты x , y , z частиц.

– Алгоритм работы разностной схемы за один шаг Δt :

1. Рассчитываются поля \vec{E} и \vec{B} в точках, где находятся частицы.

2. Осуществляется приращение импульса в поле \vec{E} :

$$\left\{ \begin{array}{l} p_{xj} = p_{xj} + Ex_j \\ p_{yj} = p_{yj} + Ey_j \\ p_{zj} = p_{zj} + Ez_j \end{array} \right.$$

3. Осуществляется поворот импульса в магнитном поле \vec{B} , решая уравнение $\frac{d\vec{p}_j}{dt} = \frac{\vec{p}_j \times \vec{B}}{\sqrt{1 + \vec{p}_j^2}}$ при помощи схемы Рунге-Кутты второго порядка [4]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \vec{p}_j = \vec{p}_j + \vec{k}2_j \\ \vec{k}2_j = \frac{\left(\vec{p}_j + \frac{1}{2}\vec{k}1_j \right) \times \vec{B}_j}{\sqrt{1 + \left(\vec{p}_j + \frac{1}{2}\vec{k}1_j \right)^2}} \\ \vec{k}1_j = \frac{\vec{p}_j \times \vec{B}_j}{\sqrt{1 + \vec{p}_j^2}} \end{array} \right.$$

4. Вычисляется $\gamma_j = \sqrt{1 + \vec{p}_j^2}$ и новые значения скоростей $\vec{v}_j = \vec{v}_j + \frac{\vec{p}_j}{\gamma_j}$.
5. По новым скоростям вычисляются новые координаты $\vec{r}_j = \vec{r}_j + \vec{v}_j$.

Приближения:

- 1) Магниты — области пространства, заполненные однородным полем (краевых искажений полей нет)
- 2) Линзы — области пространства, заполненные идеальным квадрупольным полем без искажений.
- 3) Не учтен собственный пространственный заряд пучка. Так как частицы сильно релятивистские ($\gamma = 1000$) пространственный заряд существенной роли не играет.