

ПРОЕКТ ЭКСПЕРИМЕНТА ПО КИЛЬВАТЕРНОМУ УСКОРЕНИЮ НА ИНЖЕКЦИОННОМ КОМПЛЕКСЕ ВЭПП-5

© 2005 г. А. В. Бурдаков, А. М. Кудрявцев, П. В. Логачев,
К. В. Лотов, А. В. Петренко, А. Н. Скринский

Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН

Поступила в редакцию 22.04.2004 г.

Окончательный вариант получен 31.05.2004 г.

Релятивистские пучки инжекционного комплекса ВЭПП-5 (Институт ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН) могут быть использованы для создания плазменных волн с амплитудой продольного электрического поля масштаба 1 ГэВ/м. Часть электронного или позитронного сгустка, создающего волну, ускоряется этим полем на длине до 1 м. Главное достоинство проекта по сравнению с уже проводившимися экспериментами по кильватерному ускорению – это система подготовки пучка. Она позволяет продольно сжимать сгусток частиц вплоть до размера $\sigma_z = 0.1$ мм. Кроме того, имеется возможность формировать оптимальный продольный профиль плотности пучка. Основные характеристики планируемой установки: энергия электронов до входа в плазму – 510 МэВ, число частиц в сгустке – 2×10^{10} , плотность плазмы – до 10^{16} см⁻³, число ускоренных частиц – до 3×10^9 , их энергетический разброс менее 10%. Приводится физический проект эксперимента и результаты компьютерного моделирования взаимодействия пучка с плазмой.

1. ВВЕДЕНИЕ

Допустимые электрические поля в металлических ускоряющих структурах ограничены величиной порядка 100 МВ/м [1, 2]. Дальнейшее повышение темпа набора энергии сталкивается с проблемой пробоя внутри ВЧ-структуры. В связи с достижением предела возможностей традиционных схем в последнее время растет интерес к коллективным методам ускорения и, в частности, к плазменному кильватерному ускорению [3–5]. Технологии, о которых пойдет речь в данной работе, способны обеспечить ускорение значительного числа заряженных частиц электрическим полем масштаба нескольких ГВ/м на протяжении многих метров и, таким образом, могут рассматриваться в качестве альтернативы традиционным ВЧ-системам в физике высоких энергий.

Электрическое поле, пригодное для ускорения заряженных частиц, возникает в плазме после прохождения релятивистского сгустка (драйвера), расталкивающего электроны на своем пути (рис. 1). Неподвижные ионы создают возвращающую силу, вследствие чего смещенные электроны начинают колебаться – возбуждается ленгмюровская волна большой амплитуды. Распределение электронной плотности позади релятивистского сгустка таково, что кроме продольного поля создается еще и фокусирующее электромагнитное поле, способное удерживать частицы в удобной для ускорения фазе волны. С точки зрения пучка кильватерная волна неподвижна, поэтому ультрарелятивистские частицы, помещенные по-

зади драйвера, находятся все время в одной фазе волны и, следовательно, могут длительное время ускоряться.

В плазме плотности n_i можно создать электрическое поле с амплитудой порядка [5]

$$E_0 = \frac{mc\omega_p}{e} = \sqrt{4\pi n_i mc^2},$$

где $\omega_p = \sqrt{4\pi n_i e^2 / m}$ – плазменная частота, m – масса электрона, c – скорость света, e – элементарный заряд. Например, $n_i = 10^{15}$ см⁻³ соответствует $E_0 = 3$ ГВ/м. При этом кильватерные поля экранируются на поперечном размере масштаба плазменной длины волны, и электрическое поле на стенках камеры остается не выше, чем это нужно для генерации плазмы.

Чтобы получить электрическое поле порядка E_0 , необходим либо один очень плотный пучок частиц, либо последовательность из N сгустков с пиковым током $I_b \sim (4 \text{ кА})/N$ [6]. Такую конфигурацию электронной плотности можно получить, вырезав лишние части из длинного пучка.

Если плотность пучка превосходит плотность плазмы, то реализуется сильно нелинейный (blowout) режим [7, 8], при котором все плазменные электроны полностью вытесняются полем пучка из некоторой области (рис. 1). При правильном подборе формы и тока ускоряющего и ускоряемого пучков [9] в этом режиме возможно одновременно достичь высокой эффективности

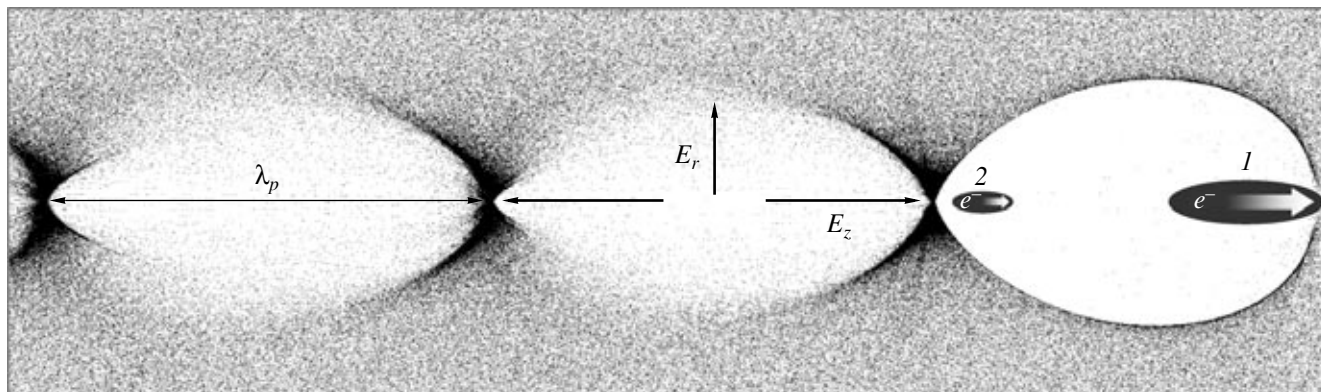


Рис. 1. Идея кильватерного ускорения. 1 – ведущий сгусток (драйвер), 2 – ускоряемый сгусток (витнесс), черными точками обозначены плазменные электроны. Сгустки движутся слева направо. На рисунке показана характерная структура кильватерной волны, образующейся за электронным сгустком, плотность которого намного больше плотности плазмы (blowout-режим).

обмена энергии между пучками, большого числа ускоренных частиц, малого энергетического разброса и высокого темпа набора энергии, необходимого для минимизации эмиттанса ускоряемого сгустка [10].

В настоящее время кильватерное ускорение находится в стадии пробных экспериментов, направленных на демонстрацию состоятельности метода. Пока этим способом удалось добавить по 170 МэВ небольшому числу электронов из хвоста пучка, движущегося в плазме длиной 1.4 м [11].

В первых экспериментах по кильватерному ускорению были подробно измерены колебания электрического поля в линейной и слабо нелинейной ленгмюровской волне [12, 13], продемонстрирован эффект “плазменной линзы” [14], изучены фокусировка и ускорение короткой последовательности сгустков [15, 16], а также исследовано взаимодействие с плазмой длинной последовательности электронных сгустков [17]. В последнее время опубликованы результаты экспериментов в Стенфорде [11, 18–20], Аргоннской лаборатории [21] и в Брукхевенской лаборатории [22].

Проведенные эксперименты убедительно продемонстрировали принципиальную возможность кильватерного ускорения и правильность теоретических представлений о возбуждении пучком плазменной волны. Однако достигнутые в них абсолютные параметры (темп ускорения, набор энергии, число ускоренных частиц, энергетический разброс) были весьма скромными и недостаточными для убедительной демонстрации осуществимости линейного коллайдера с плазменными ускоряющими структурами. Причина тому – небольшие токи используемых пучков и невозможность управления их профилем. Кроме того, за время пролета через плазму электроны теряли или приобретали незначительную долю своей на-

чальной энергии, что не позволило исследовать эффекты, связанные с истощением драйвера.

Данная работа посвящена физическому проекту экспериментальной установки на базе инжекционного комплекса ВЭПП-5. Эта установка открывает ряд новых возможностей для исследования кильватерного ускорения, в том числе:

- возможность достижения больших пиковых токов пучка за счет его продольного сжатия,
- возможность задания произвольного профиля плотности пучка,
- возможность длительного взаимодействия пучка с плазмой, вплоть до разрушения ускоряющей части сгустка,
- возможность прецизионной диагностики энергетического спектра ускоренных частиц,
- возможность работы с позитронным пучком.

Как следствие, экспериментально могут быть продемонстрированы и исследованы все основные режимы кильватерного ускорения, в том числе:

- эффективный режим с малым энергетическим разбросом, высоким КПД и большим темпом ускорения [9],
- многосгустковый режим с небольшим числом ускоренных частиц, но с рекордными темпом ускорения и набором энергии [23, 24],
- неустойчивость и самоорганизация длинного электронного сгустка [25],
- различные режимы плазменной линзы [26].

Будучи осуществленным, этот эксперимент способен дать весомые доказательства возможности создания коллайдера сверхвысокой энергии на основе плазменного кильватерного ускорения. Кроме того, сравнение результатов эксперимента с предсказаниями существующих компьютерных программ позволит выбрать адекватные числен-

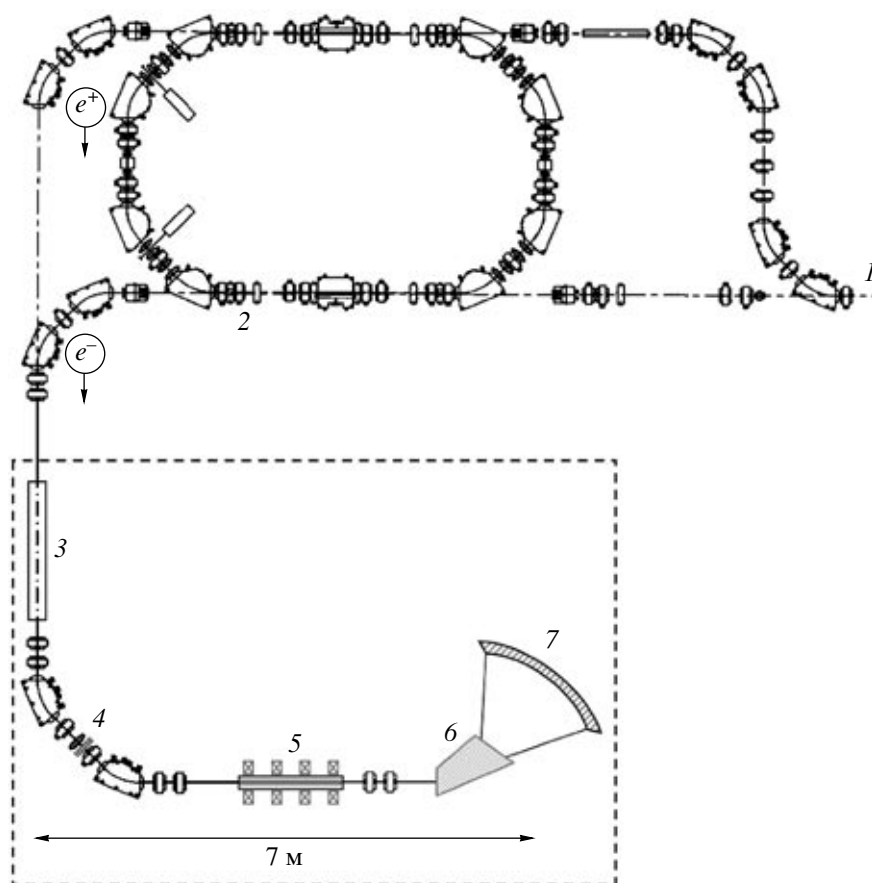


Рис. 2. Общая схема эксперимента по кильватерному ускорению на инжекционном комплексе ВЭПП-5. Планируемая установка обведена рамкой. 1 – выпускной канал линейного ускорителя на 510 МэВ, 2 – циклический накопитель-охладитель электронов, 3 – ускоряющая структура, необходимая для придания регулярного энергетического разброса пучку, 4 – электронно-оптическая система подготовки пучка, 5 – плазменная секция, 6 – магнит анализатора энергетического спектра частиц, прошедших сквозь плазму, 7 – детекторы спектрометра.

ные модели для проектирования такого коллайдера.

2. ПРОЕКТ ЭКСПЕРИМЕНТА

Инжекционный комплекс ВЭПП-5 строится в Институте ядерной физики им. Г.И. Будкера СО РАН для обеспечения электронами и позитронами накопителей ВЭПП-4 и ВЭПП-2000 [27]. Параметры электронного пучка на выходе комплекса ожидаются следующими:

- энергия (W_0) – 510 МэВ,
- число частиц – $(2-5) \times 10^{10}$,
- длина (σ_z) – 4 мм,
- поперечные размеры (σ_x, σ_y) – 1.5×0.03 мм,
- x-эмиттанс – 2.3×10^{-3} мрад см,
- y-эмиттанс – 0.5×10^{-3} мрад см,
- энергетический разброс ($\delta W/W_0$) – 0.05%.

Если электронный сгусток с такими параметрами инжектировать в плазму, электрическое по-

ле кильватерной волны будет невелико, порядка 10 МВ/м. Для эффективного взаимодействия с плазмой пучок инжекционного комплекса необходимо продольно сжать в несколько раз и разделить на две части: ведущую и ускоряемую.

2.1. Система подготовки пучка

Необходимые манипуляции производятся с пучком в повороте из двух магнитов (“электронно-оптическая система” на рис. 2). Перед этим пучок пролетает ускоряющую структуру в нулевой фазе электрического поля для того, чтобы энергия частиц стала линейно связана с их продольным положением: хвостовые электроны замедляются, а головные ускоряются на несколько процентов от средней энергии (рис. 3а, б). Благодаря регулярному энергетическому разбросу, электроны из разных частей сгустка летят в магнитном поле по существенно отличающимся траекториям (рис. 4). Частицы из хвоста пучка имеют меньшую энергию и сильнее отклоняются в магнит-

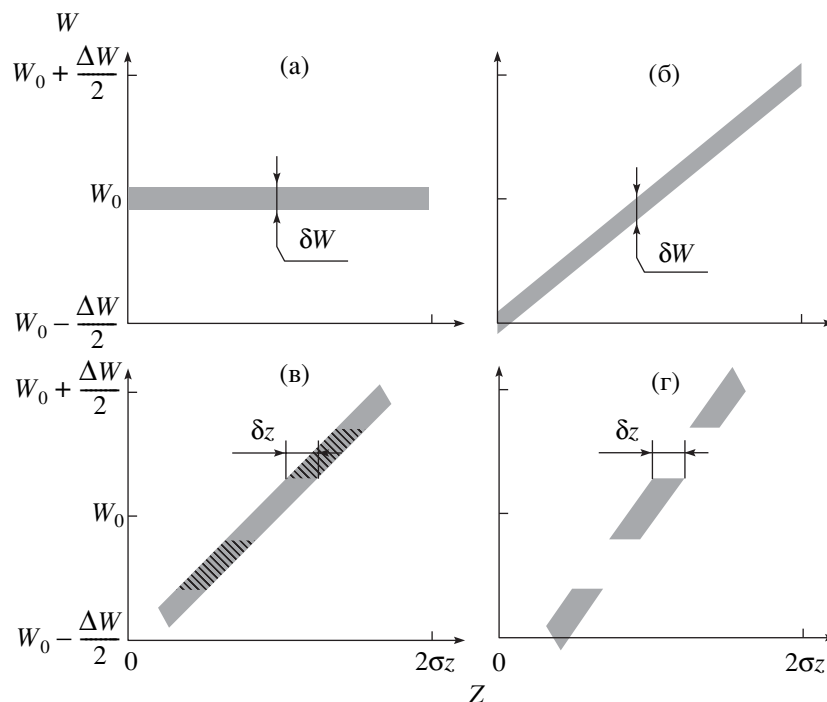


Рис. 3. Энергия частиц в зависимости от их положения в пучке: а) – на выходе инжекционного комплекса (на самом деле линия в 6 раз тоньше); б) – после ускоряющей структуры; в) – в коллиматоре; г) – на входе в плазму.

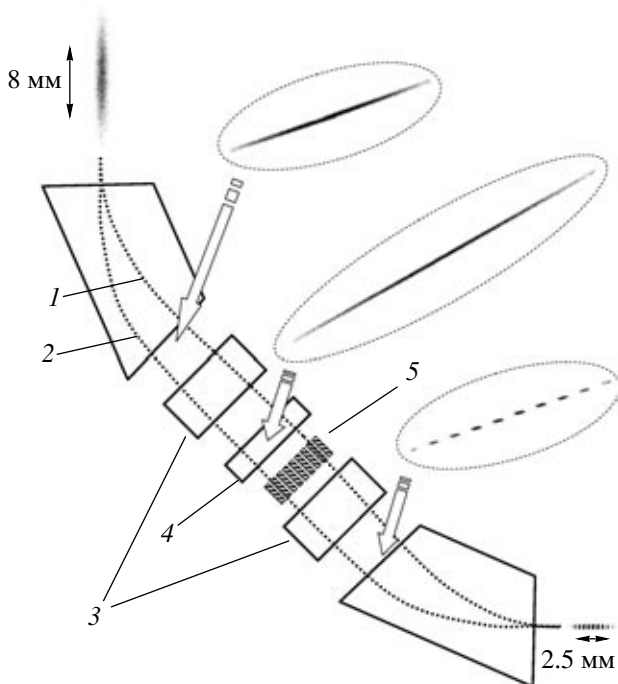


Рис. 4. Сжатие и модуляция профиля пучка.

1 – траектория электронов из хвоста пучка, 2 – траектории электронов из головы пучка, 3 – квадрупольные линзы, 4 – секступоль, 5 – коллиматор для вырезания лишних частей пучка. В качестве примера показаны изображения электронного пучка в разных частях электронно-оптической системы (энергетический разброс $\Delta W/W = 3.25\%$).

ном поле, чем головные частицы. Разность пути электронов в повороте дает возможность управлять длиной сгустка. Кроме того, между магнитами в промежутке с постоянной дисперсией установлен коллиматор (набор металлических пластин). Он вырезает из пучка заданные части (рис. 3в), что в итоге приводит к его модуляции. Таким образом, можно получить последовательность коротких и плотных сгустков, интересных с точки зрения кильватерного ускорения (рис. 5).

Минимальная длина, до которой можно сжать пучок с помощью такой системы, определяется случайным разбросом энергий, который имеют частицы. Чем больше разница энергий ΔW электронов из хвоста и головы сгустка по сравнению с хаотическим разбросом энергий δW , тем лучше точность приготовления пучка. Эта величина (рис. 3в, г) равна

$$\delta z = \frac{\delta W}{\Delta W} \times 2\sigma_z \approx \frac{0.05\%}{5\%} \times 8 \text{ мм} \sim 0.1 \text{ мм},$$

поскольку одной ускоряющей структуры достаточно, чтобы придать пучку регулярный разброс энергий $\Delta W/W \sim 5\%$.

2.2. Плазменная секция

Для заданных параметров пучка наиболее интересные режимы кильватерного ускорения ре-

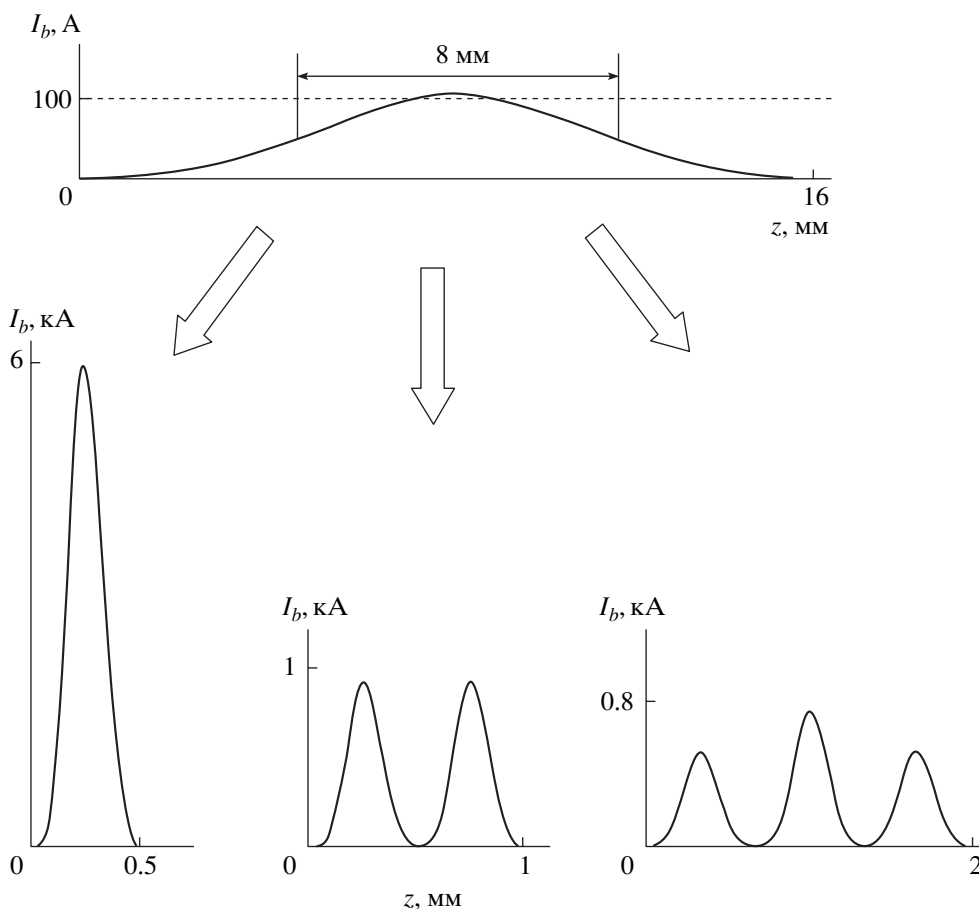


Рис. 5. Иллюстрация сжатия и модуляции плотности пучка: исходный профиль тока пучка (сверху) и возможные результаты его преобразования (снизу); I_b – ток пучка.

лизуются в плазме плотности $n_i \sim 10^{15} \text{ см}^{-3}$ и длины $L \sim 1 \text{ м}$. Для создания плазмы с требуемыми параметрами подходит прямой разряд в магнитном поле (рис. 6), подобный тому, который используется на установке ГОЛ-3 для создания предплазмы [28, 29]. Этот тип разряда в ИЯФ им. Г.И. Будкера СО РАН применяется на протяжении 20 лет и позволяет уверенно получать плазму с плотностью до 10^{16} см^{-3} длиной несколько метров.

Требования к продольной однородности плазмы определяются количеством сгустков в модулированном пучке N . Относительное изменение длины кильватерной волны вдоль плазменной секции не должно превышать $(3N)^{-1}$, иначе частицы будут теряться, попадая в дефокусирующую фазу волны [30]. Минимальная толщина плазменного столба равна нескольким c/ω_p .

Пробой газа в длинной металлической трубе возможен только при наличии сильного магнитного поля ($\sim 1 \text{ Т}$). Поскольку плазма в установке должна быть только во время пролета релятив-

вистских электронов, магнитное поле планируется создавать импульсным соленоидом.

2.3. Диагностика пучка после плазмы

Наиболее интересной характеристикой пучка после взаимодействия с плазмой является его энергетический спектр. Компьютерное моделирование показывает, что ускоренные в плазме электроны имеют энергию около 1 ГэВ, эмит-

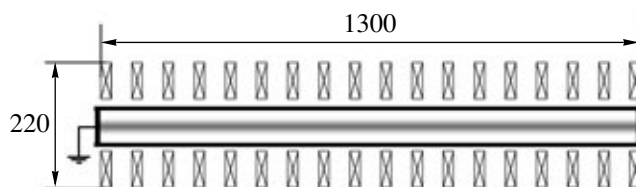


Рис. 6. Плазменная секция установки. Прямой разряд в магнитном поле позволяет уверенно получать плазму с плотностью до 10^{16} см^{-3} длиной несколько метров.

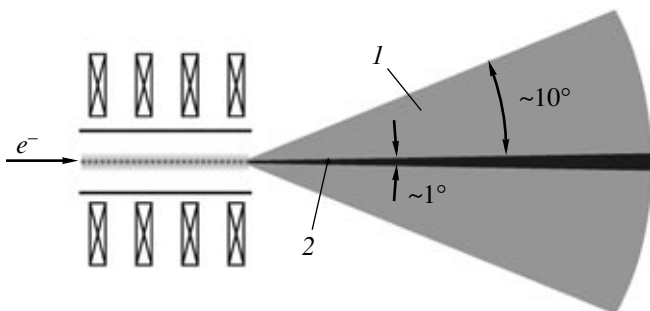


Рис. 7. Угловой разброс пучка после пролета через плазму. 1 – замедленные частицы, 2 – ускоренные частицы.

танс порядка 5×10^{-5} см рад при поперечном размере сгустка 0.1 мм, чему соответствует угловой разброс 0.005 рад (0.3°).

Энергетический спектр ускоренных частиц предполагается измерять при помощи магнитного спектрометра. Кроме того, будет регистрироваться угловое распределение замедленных частиц на выходе из плазмы. Согласно теоретическим предсказаниям, передняя часть пучка может почти полностью замедлиться в плазме и приобрести значительный угловой разброс, до 10° (рис. 7).

3. ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Проектируемая установка позволит работать с различными конфигурациями и токами пучков, а также менять плотность плазмы в широких пределах. Кроме собственно кильватерного ускорения с электронными и позитронными драйверами могут быть исследованы неустойчивость и самоорганизация длинных пучков, различные режимы плазменной линзы, а также динамика неоднородно нагретой плазмы, остающейся после прохождения пучка. Результаты моделирования различных вариантов работы установки будут опубликованы в отдельной статье. Здесь же мы рассмотрим только эффективный двухсгустковый режим [9], представляющий наибольший интерес с точки зрения коллайдерных применений кильватерного ускорения.

3.1. Эффективный режим

В эффективном режиме реакция плазмы на пучок является существенно нелинейной и не допускает достаточно полного аналитического исследования. Учет динамики пучков дополнительно усложняет задачу. Для исследования динамики пучка и плазмы использовалось численное моделирование с помощью программы LCODE [23, 31, 32].

Подбором степени сжатия исходного пучка, положения модулирующих пластин коллиматора, плотности и длины плазмы были найдены оптимальные параметры, одновременно обеспечивающие большой набор энергии при максимальном количестве ускоренных частиц и малом энергетическом разбросе. На рис. 8 показан результат оптимизации. Пучок с “двугорбым” профилем тока (рис. 8а), сфокусированный до радиуса 26 мкм, после прохождения 95 см плазмы с плотностью 1.7×10^{15} см⁻³ существенно изменяет свой энергетический спектр (рис. 8б,в). Передняя часть пучка (10^{10} частиц) отдает 54% своей энергии плазме и тормозится, в среднем, с 510 МэВ до 240 МэВ. Задняя часть пучка (3.3×10^9 частиц) снимает большую часть энергии кильватерной волны (63%) и ускоряется с 510 МэВ до 1.1 ГэВ, что соответствует КПД передачи энергии от сгустка к сгустку 34% и темпу ускорения 600 МэВ/м. Конечный энергетический разброс ускоренных частиц составляет 9% (рис. 8б), угловой разброс – менее 0.3° (рис. 8г).

3.2. Достижение новой области параметров

Важным преимуществом проекта по сравнению с проводившимися ранее экспериментами будет достижение качественно новой области параметров пучково-плазменного взаимодействия. Поясним, о чем идет речь.

Разные процессы, происходящие при инжекции в плазму ультрарелятивистского пучка, имеют разные временные масштабы [6]. Колебания электронов в кильватерной волне имеют период

$$\tau_p \approx \frac{2\pi}{\omega_p}.$$

Период поперечных (бетатронных) колебаний частиц пучка примерно равен

$$\tau_f \approx \frac{2\pi}{\omega_p} \sqrt{\frac{\gamma_b E_0}{E}},$$

где γ_b – релятивистский фактор частиц драйвера, E – характерное электрическое поле в кильватерной волне. Время истощения драйвера, равное продолжительности цикла ускорения, есть

$$\tau_d \approx \frac{1}{\omega_p} \frac{\gamma_b E_0}{E}.$$

Процессы, которые можно исследовать при заданных параметрах пучка, определяются длиной плазмы L . Чем длиннее плазма, имеющаяся в распоряжении экспериментаторов, тем большие временные масштабы доступны для изучения на

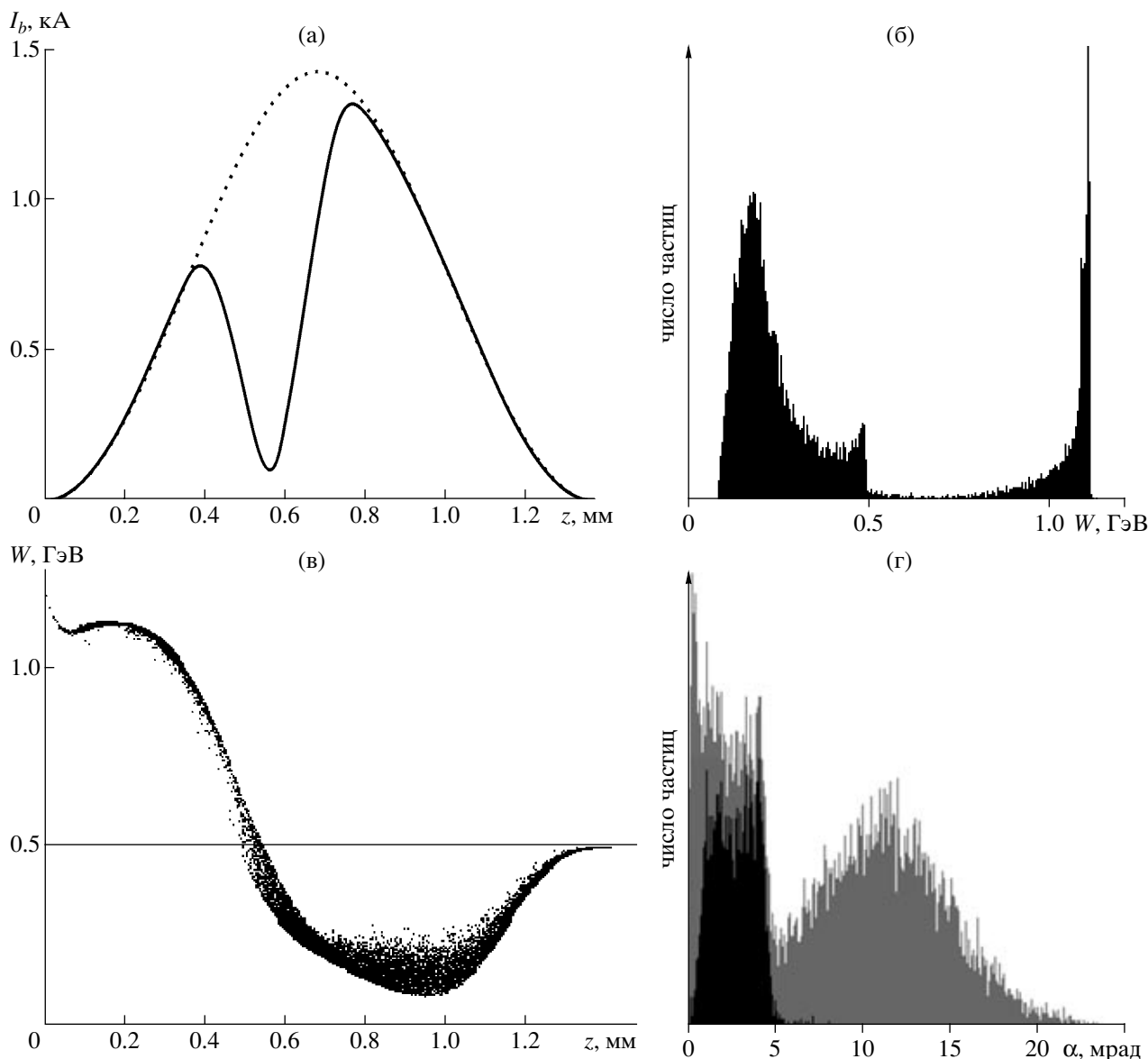


Рис. 8. Моделирование эффективного режима: а) – распределение тока пучка по длине перед входом в плазму (штриховая линия показывает профиль тока в отсутствие коллиматора); б) – конечный энергетический спектр пучка; в) – изображение пучка на плоскости “энергия–продольная координата” на выходе из плазмы; г) – угловое распределение пучка на выходе из плазмы (более темным показаны ускоренные частицы).

данной установке. Мерой достижимого временного масштаба может служить параметр

$$\Lambda(L) = \frac{\ln(L\omega_p/c)}{\ln(\gamma_b E_0/E)}$$

монотонно растущий с длиной плазмы. Для любой начальной энергии пучка γ_b и амплитуды кильватерного поля E/E_0 параметр Λ обращается в нуль при $L = c\tau_p/(2\pi)$, принимает значение 0.5, если $L = c\tau_f/(2\pi)$, и равен 1 при $L = c\tau_d$.

Физические явления, соответствующие разным значениям Λ , схематически показаны в верх-

ней части рис. 9. Наибольший интерес с точки зрения кильватерного ускорения представляет область $\Lambda \approx 1$, отмеченная на рисунке большой стрелкой.

Значения Λ , достигнутые в лучших экспериментах по кильватерному ускорению, и соответствующие начальные энергии драйверов приведены в нижней части рис. 9. Здесь же показаны проектная рабочая точка эксперимента на инжекционном комплексе ВЭПП-5 и область, представляющая наибольший интерес для коллайдерных приложений кильватерного ускорения. Величины γ_b и L , необходимые для вычисления Λ ,

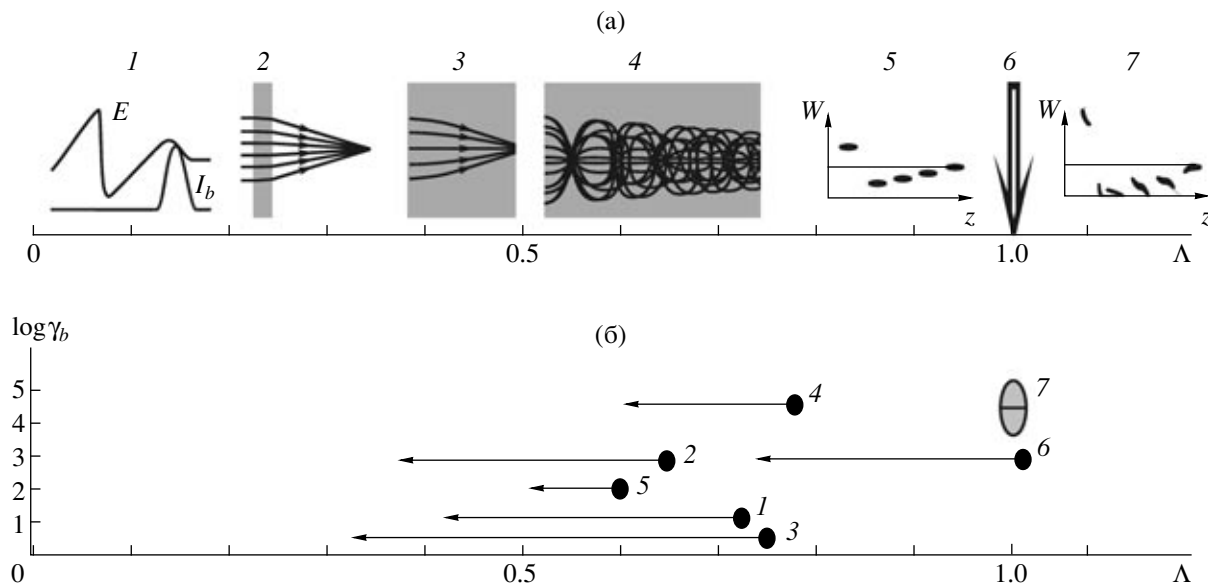


Рис. 9. а) – Физические явления, соответствующие различным значениям параметра Λ : 1 – возбуждение кильватерной волны, 2 – тонкая плазменная линза, 3 – толстая плазменная линза, 4 – поперечная динамика пучка в плазме и установление радиального равновесия, 5 – обмен энергией между пучками и плазмой, 6 – оптимальная длина для кильватерного ускорения, 7 – истощение и продольная динамика пучков; б) – релятивистский фактор драйвера и параметр Λ для различных экспериментов по кильватерному ускорению: 1 – Аргоннская национальная лаборатория, США [13, 21], 2 – КЕК, Япония [16], 3 – ХФТИ, Украина [17], 4 – Стенфорд, США [11], 5 – Брукхевенская национальная лаборатория, США [22], 6 – ИЯФ им. Г.И. Будкера, Россия (проект), 7 – область коллайдерных приложений. Стрелки показывают изменение Λ при изменении длины плазмы на порядок.

взяты из работ [11, 13, 16, 17, 21, 22]. Отношение E/E_0 вычислено по плотности плазмы, длине ускорения и набору энергии, опубликованным там же.

Тонкими стрелками в нижней части рис. 9 показано, насколько изменится параметр Λ при изменении длины плазмы в 10 раз. Длина стрелок различна из-за различия параметров пучков. Видно, что проведенные ранее эксперименты не дотягивают до наиболее интересной области физических явлений порядок и более по длине взаимодействия.

Благодарности. Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 03-02-16160), Сибирского отделения РАН (грант для молодых ученых), а также гранта Президента Российской Федерации для поддержки ведущих научных школ (НШ-229.2003.2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sessler A.M. // Phys. Fluids B. 1990. V. 2. P. 1325.
2. Adolphsen C. // Proc. IEEE Part. Accel. Conf., Portland, 2003. V. 1. P. 668.
3. Tajima T., Dawson J. M. // Phys. Rev. Lett. 1979. V. 43. P. 267.
4. Chen P., Dawson J. M., Huff R. W., Katsouleas T. // Ibid. 1985. V. 54. P. 693; ibid. V. 55. P. 1537.
5. Esarey E., Sprangle P., Krall J., Ting A. // IEEE Trans. Plasma Sci. 1996. V. 24. P. 252.
6. Kudryavtsev A.M., Lotov K.V., Skrinsky A.N. // Nuclear Instr. Meth. A. 1998. V. 410. P. 388.
7. Rosenzweig J.B., Breizman B., Katsouleas T., Su J.J. // Phys. Rev. A. 1991. V. 44. P. 6189.
8. Lotov K.V. // Phys. Rev. E. 2004. V. 69. P. 046405.
9. Lotov K.V. // Proc. 31st EPS Conf. on Plasma Physics, London, 2004. P.0–1.31.
10. Skrinsky A.N. // AIP Conf. Proc. 396, New modes of particle acceleration – techniques and sources. N.Y., 1997. P. 41.
11. Joshi C., Blue B., Clayton C. E. et al. // Phys. Plasmas. 2002. V. 9. P. 1845.
12. Rosenzweig J.B., Cline D.B., Cole B. et al. // Phys. Rev. Lett. 1988. V. 61. P. 98.
13. Rosenzweig J.B., Schoessow P., Cole B. et al. // Phys. Rev. A. 1989. V. 39. P. 1586.
14. Rosenzweig J.B., Schoessow P., Cole B. et al. // Phys. Fluids B. 1990. V. 2. P. 1376.
15. Nakajima K., Enomoto A., Kobayashi H. et al. // Nucl. Instr. Meth. A. 1990. V. 292. P. 12.
16. Ogata A. // AIP Conf. Proc. 279, Advanced Accelerator Concepts. N.Y., 1993. P. 420.
17. Березин А.К., Файнберг Я.Б., Киселев В.А. и др. // Физика плазмы. 1994. Т. 20. С. 663.
18. Hogan M.J., Assmann R., Decker F.-J. et al. // Phys. Plasmas. 2000. V. 7. P. 2241.

19. Ng J.S.T., Chen P., Baldis H. et al. // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87. P. 244801.
20. Clayton C.E., Blue B.E., Dodd E.S. et al. // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 88. P. 154801.
21. Barov N., Rosenzweig J.B., Conde M.E. et al. // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2000. V. 3. P. 011301.
22. Yakimenko V., Pogorelsky I.V., Pavlishin I.V. et al. // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91. P. 014802.
23. Lotov K.V. // Phys. Plasmas. 1998. V. 5. P. 785.
24. Lotov K.V. // Nucl. Instr. Methods A. 1998. V. 410. P. 461.
25. Lotov K.V. // Proc. 6th European Particle Accelerator Conference, Stockholm, 1998. P. 806.
26. Katsouleas T., Su J.J., Mori W.B., Dawson J.M. // Phys. Fluids B. 1990. V. 2. P. 1384.
27. Avilov M.S., Akimov V.E., Antoshin A.V. et al. // Proc. 21-st Intern. LINAC Conf., 2002, Gyeongju. P. 299.
28. Burdakov A.V., Lebedev S.V., Mekler K.I. et al. // Proc. XXI Intern. Conf. on Phen. in Ioniz. Gases, Bochum, 1993. V. 1. P.139.
29. Akentjev R.Yu., Arzhannikov A.V., Astrelin V.T. et al. // Trans. Fusion Technol. 2003. V. 43. P. 30.
30. Breizman B.N., Chebotaev P.Z., Kudryavtsev A.M. et al. // AIP Conf. Proc. 396, New modes of particle acceleration – techniques and sources. N.Y., 1997. P. 75.
31. Lotov K.V. // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2003. V. 6. P. 061301.
32. Программа LCODE и ее описание доступны по адресу <http://www.inp.nsk.su/~lotov/lcode>.